Resistencia de Materiales 1A

Profesor Herbert Yépez Castillo

2014-2

Capítulo 7. Cortante transversal

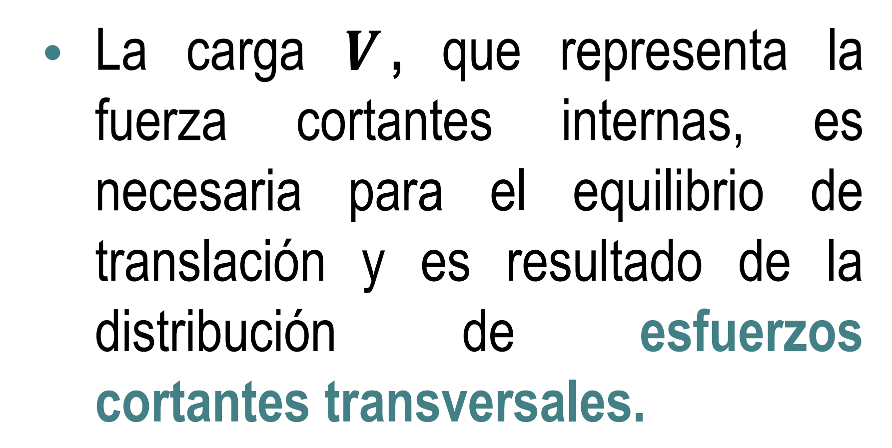
- 7.1 Cortante en vigas
- 7.2 Relación entre carga cortante y momento
- 7.3 Formulación del cortante
- 7.4 Esfuerzo cortante en vigas
- 7.5 Flujo cortante en miembros armados

7.1 Cortante en vigas

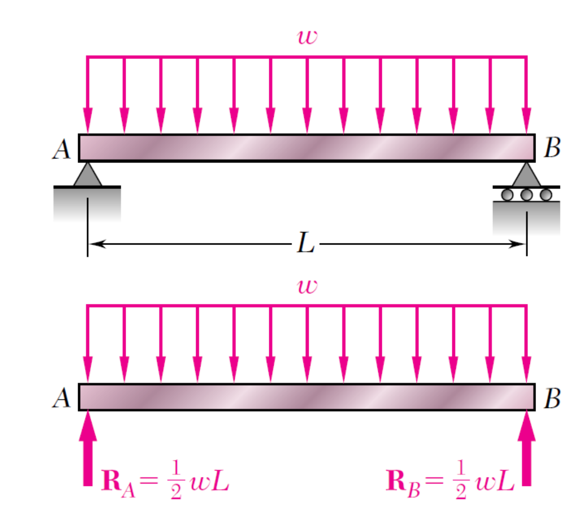
Resistencia de Materiales 1A - Prof. Herbert Yépez C.

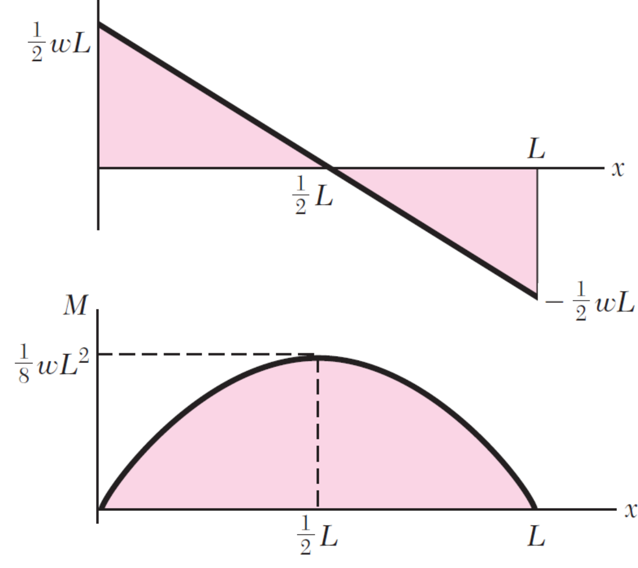
7.1 Cortante en vigas

- Se debe tomar en cuenta que las vigas en general están sometidas a cargas transversales, las cuales no solo provocan **momentos flectores internos**, sino también **fuerzas cortantes internas.**



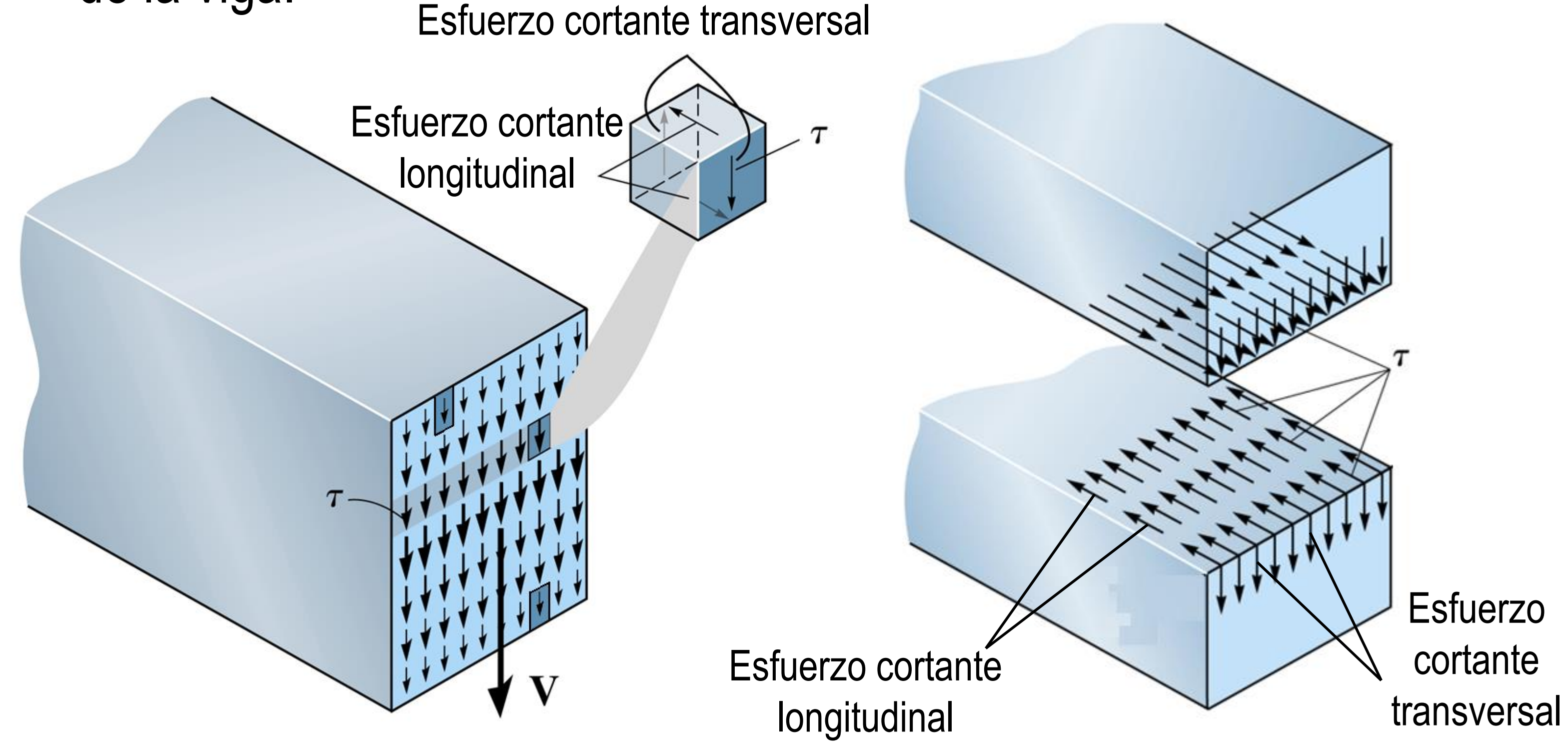
- La carga V, que representa la fuerza cortantes internas, es necesaria para el equilibrio de translación y es resultado de la distribución de **esfuerzos cortantes transversales.**





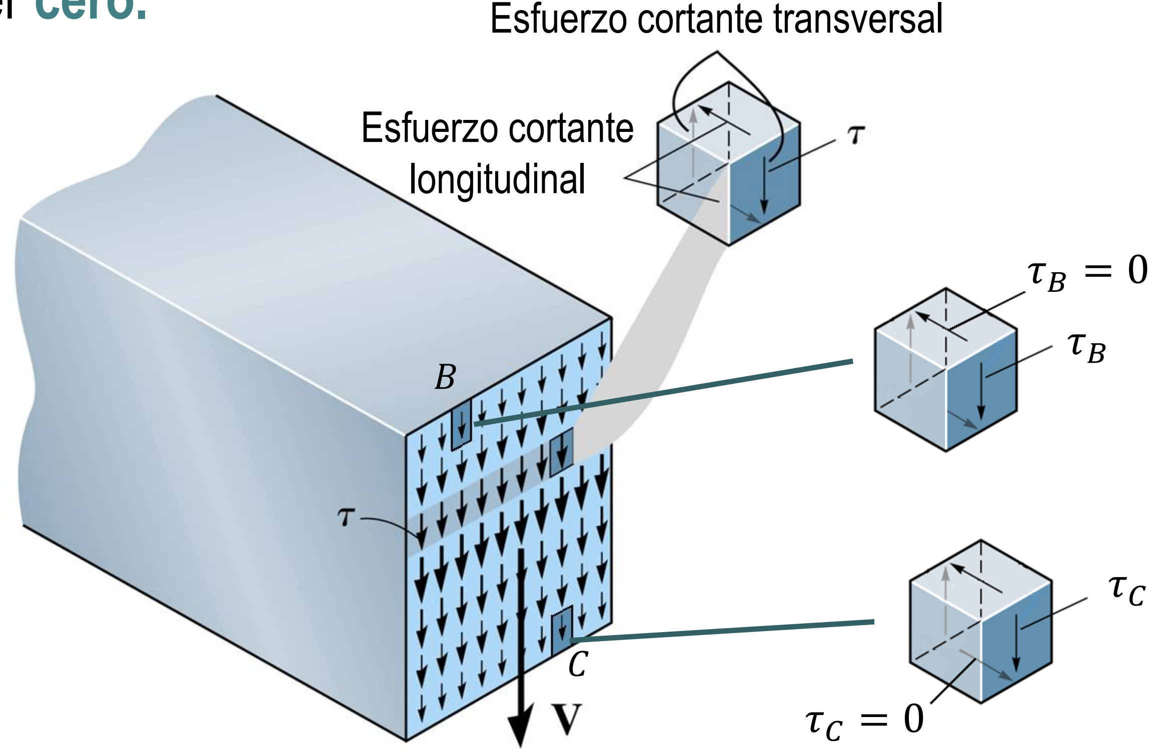
7.1 Cortante en vigas

- **Los esfuerzos cortantes transversales** que actúan sobre la sección transversal siempre están asociados **esfuerzos cortantes longitudinales,** los cuales actúan a lo largo de planos longitudinales de la viga.



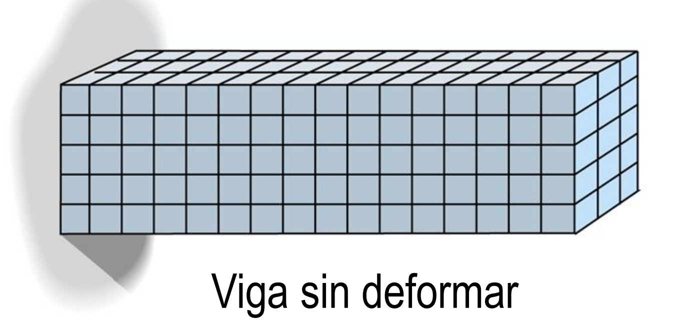
7.1 Cortante en vigas

- En particular, los esfuerzos cortantes longitudinales de los puntos B y C **son iguales a cero** puesto que la superficie superior e inferior de la viga están libres de carga.
- Por lo tanto, el esfuerzo cortante transversal en estos puntos también debe ser **cero.**

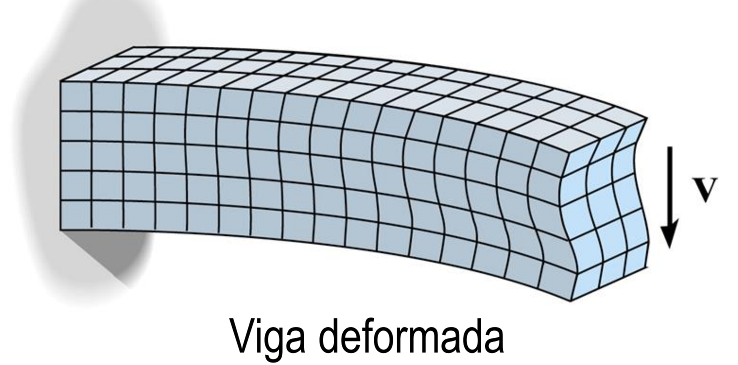


7.1 Cortante en vigas

- Para demostrar como varían las deformaciones por cortante se considera un viga de material altamente deformable.



Viga sin deformar



Viga deformada

- Cuando se aplica la fuerza cortante, esta provoca el **alabeo** de la sección transversal.
- Los cubos en la superficie superior e inferior de la viga **conservan su forma**, ya que el esfuerzo cortante en dichas superficies es igual a **cero**.
- Mientras que la **deformación máxima** se presenta en los cubos centrales de la sección de la viga.

7.2 Relación entre carga cortante y momento

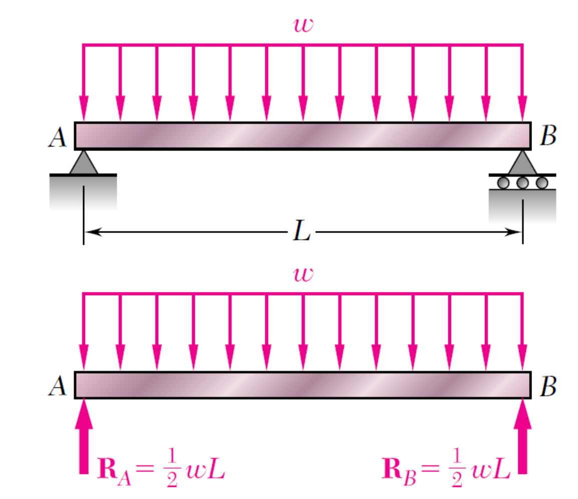
7.2 Relación entre carga cortante y momento

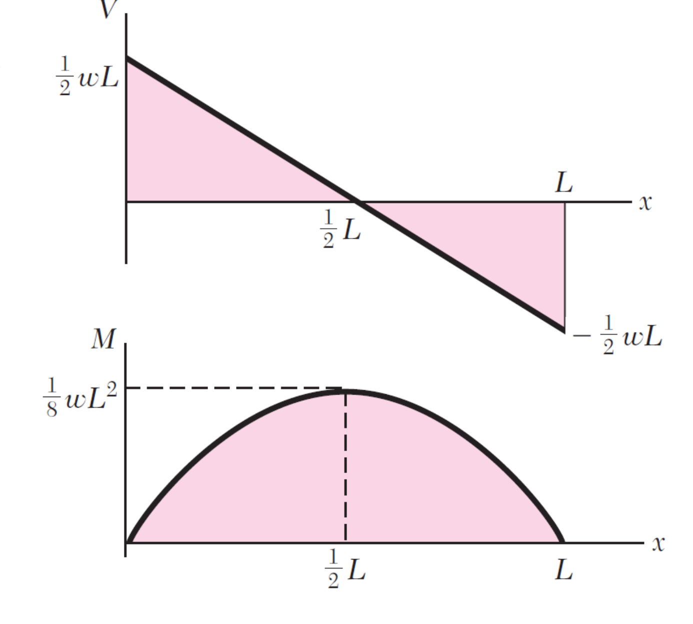
- El cambio del cortante interno es igual a la intensidad negativa de la carga distribuida.

$$\frac{dV}{dx} = -w_{(x)}$$

- El cambio del momento flector interno es igual al cortante interno en un punto.

$$\frac{dM}{dx} = V$$





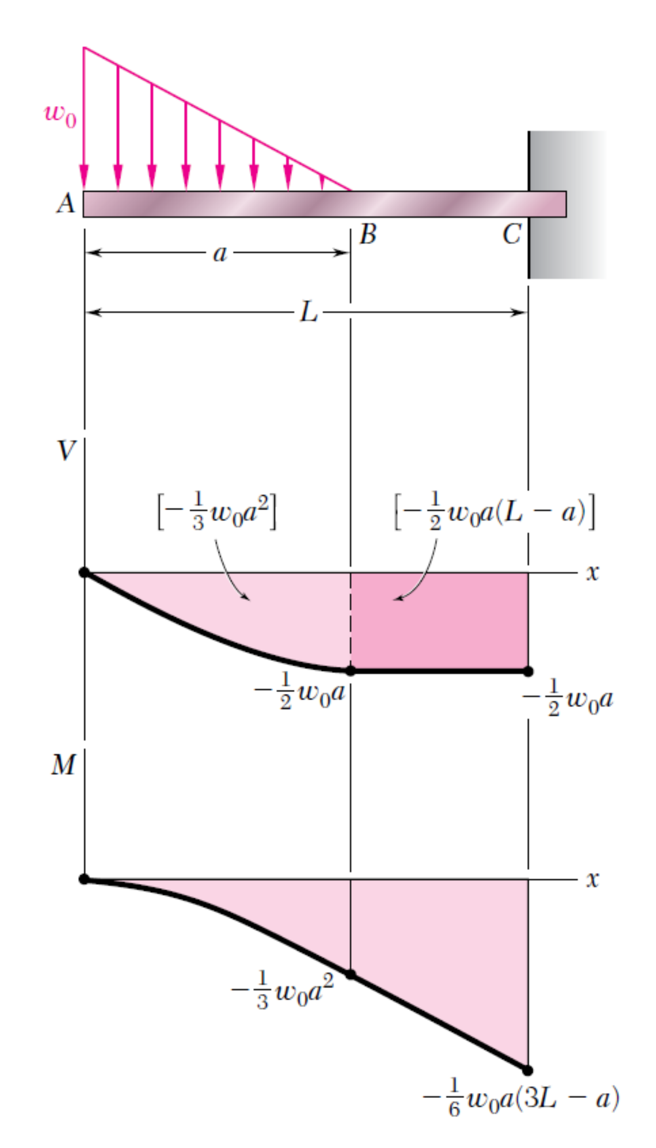
7.2 Relación entre carga cortante y momento

- El cambio del cortante interno es igual a la intensidad negativa de la carga distribuida.

$$\frac{dV}{dx} = -w_{(x)}$$

- El cambio del momento flector interno es igual al cortante interno en un punto.

$$\frac{dM}{dx} = V$$

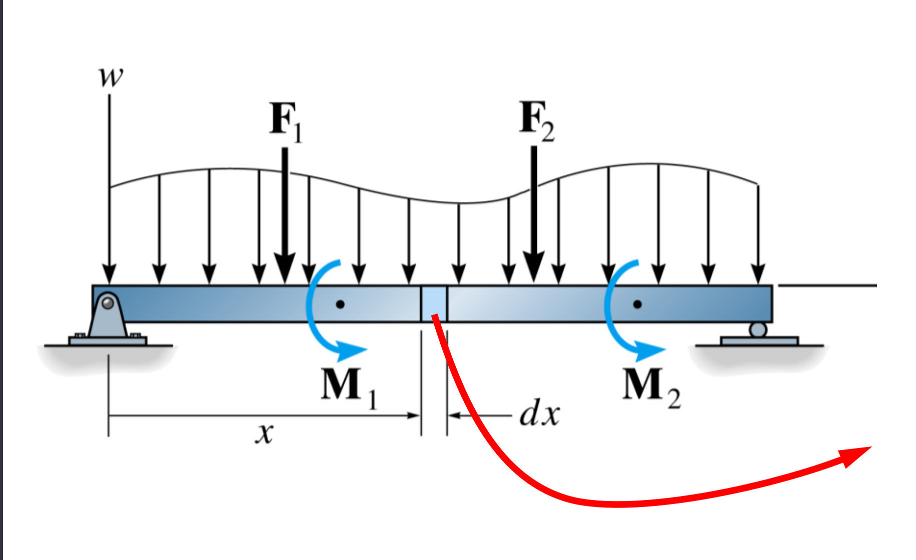


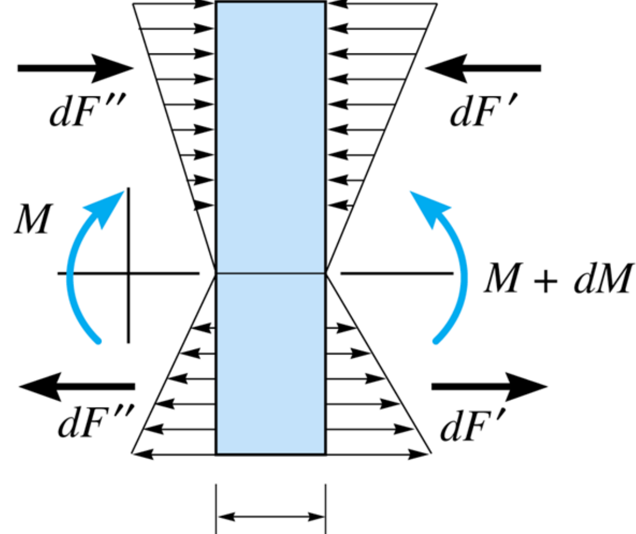
7.3 Formulación del cortante

Resistencia de Materiales 1A - Prof. Herbert Yépez C.

7.3 Formulación del cortante

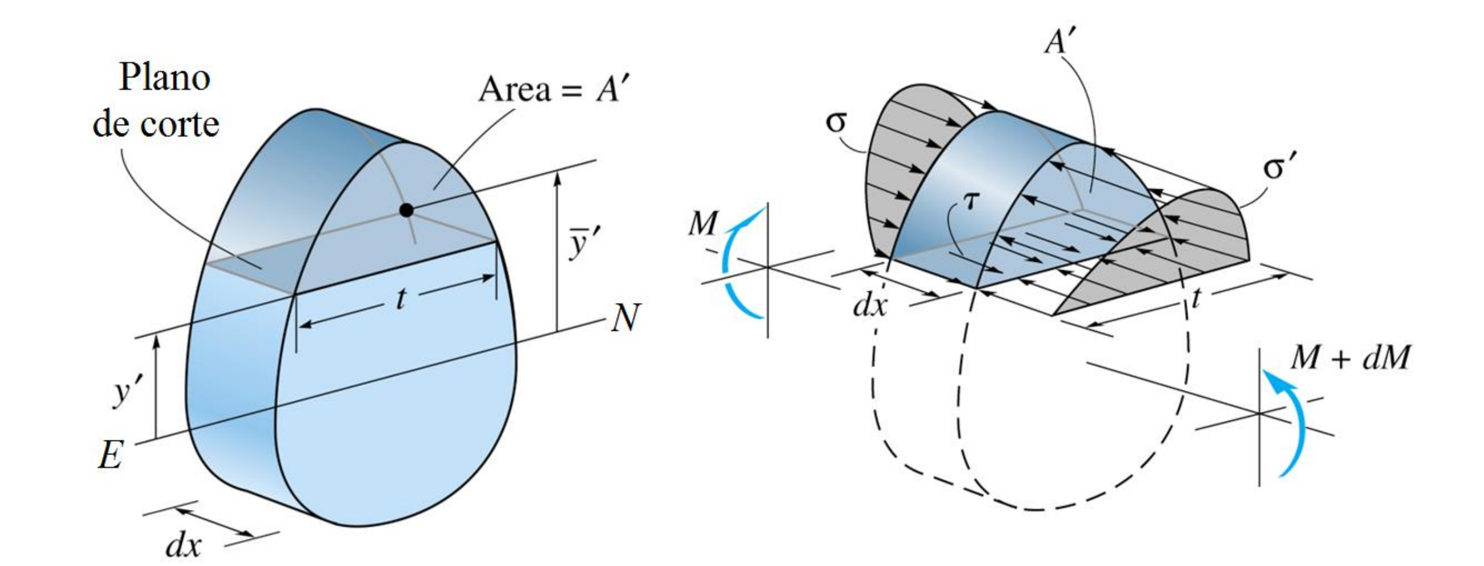
- La **relación** entre la distribución de **esfuerzos cortantes y la fuerza cortante resultante** que actúan sobre la sección transversal de la viga, se basa en el **análisis** de los **esfuerzos cortantes longitudinales.**





7.3 Formulación del cortante

- Se considera un segmento definido a $y´$ del eje neutro, el cual posee un ancho t en el corte y a los lados un área $A´$.
- Además, se considera que el esfuerzo cortante longitudinal τ es constante y actúa en la cara inferior del segmento.



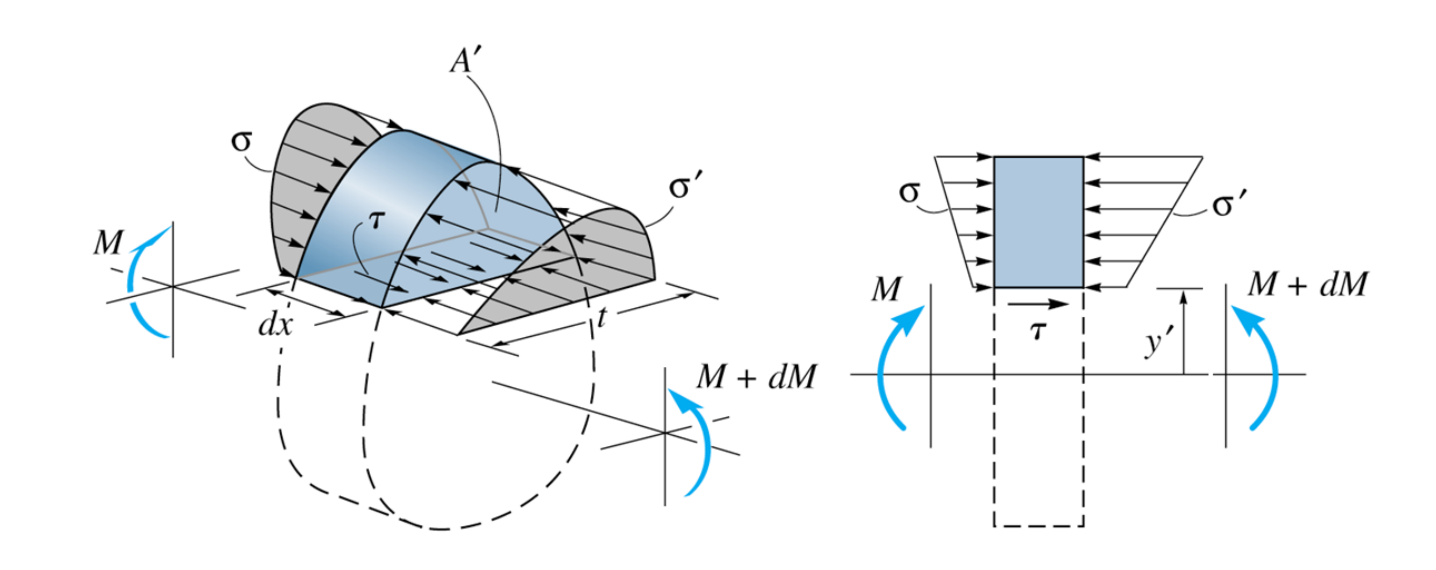
7.3 Formulación del cortante

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\int_{A'} \sigma' dA - \int_{A'} \sigma dA - \tau(t\,dx) = 0$$

Donde

$$\sigma = \frac{M}{I} y \qquad \sigma' = \frac{(M + dM)}{I} y$$

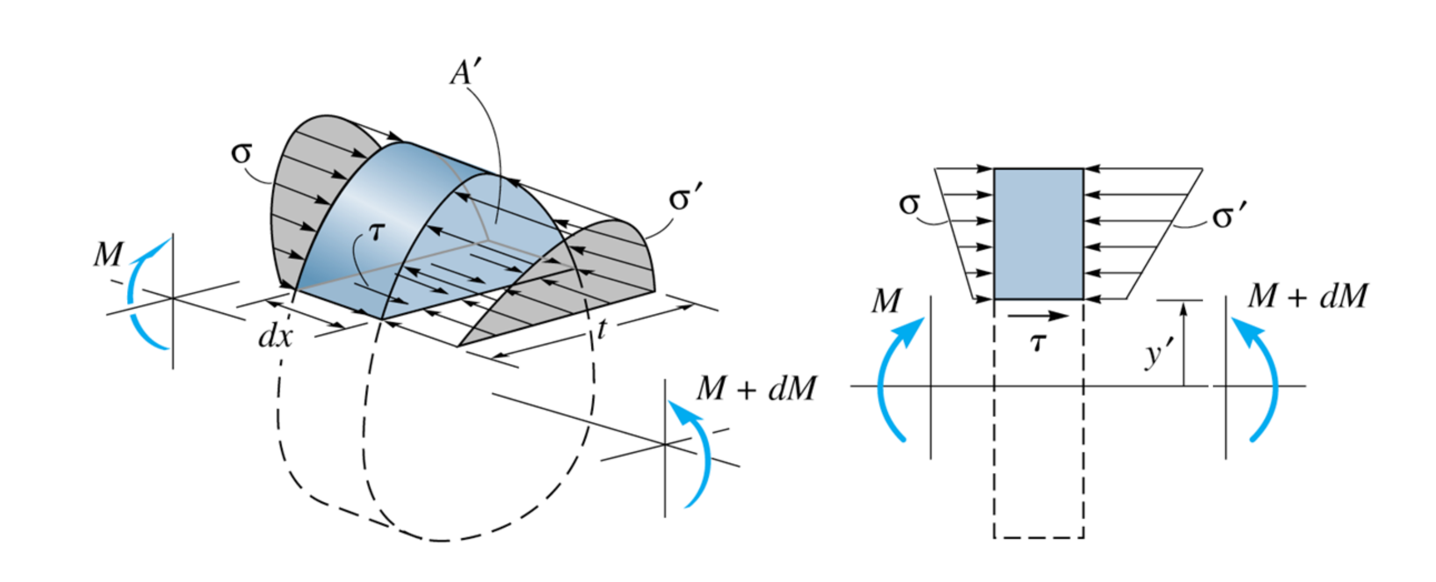


7.3 Formulación del cortante

$$\int_{A'} \frac{(M+dM)}{I} y\, dA - \int_{A'} \frac{M}{I} y dA - \tau(t\, dx) = 0$$

Entonces

$$\frac{dM}{I}\int_{A'} y dA = \tau(t\, dx)$$



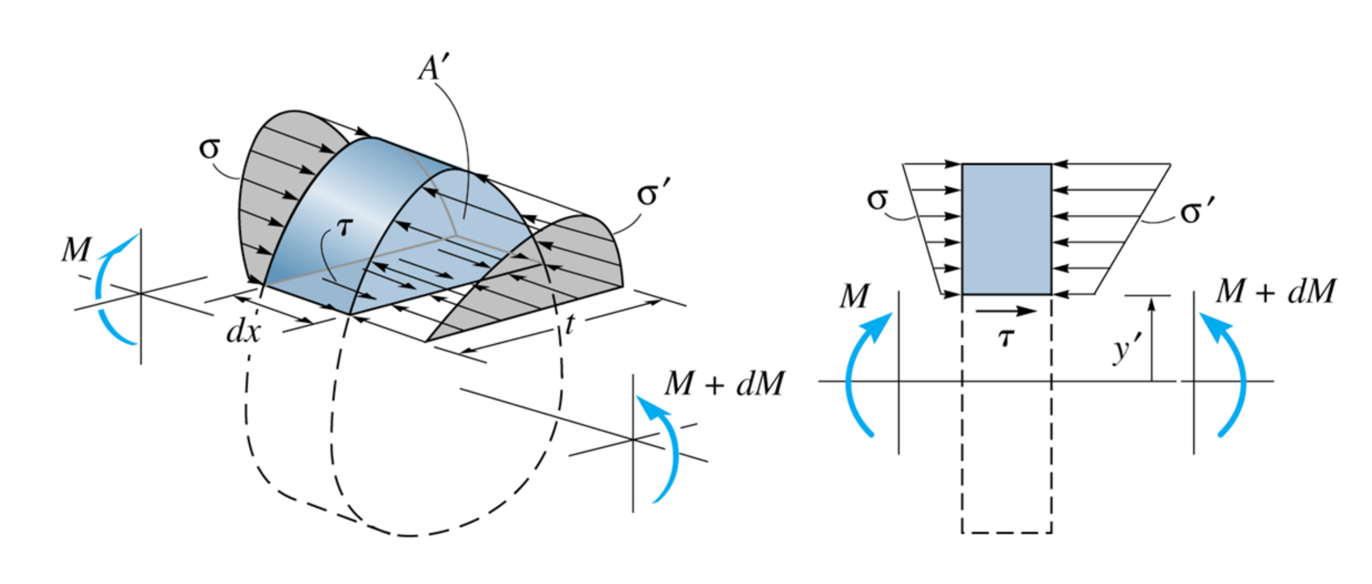
7.3 Formulación del cortante

Despejando τ

$$\tau = \frac{1}{I\,t}\left(\frac{dM}{dx}\right)\int_{A'} y dA$$

Donde

$$\bar{y}' = \frac{\int_{A'} y\, dA}{\int_{A'} dA}$$



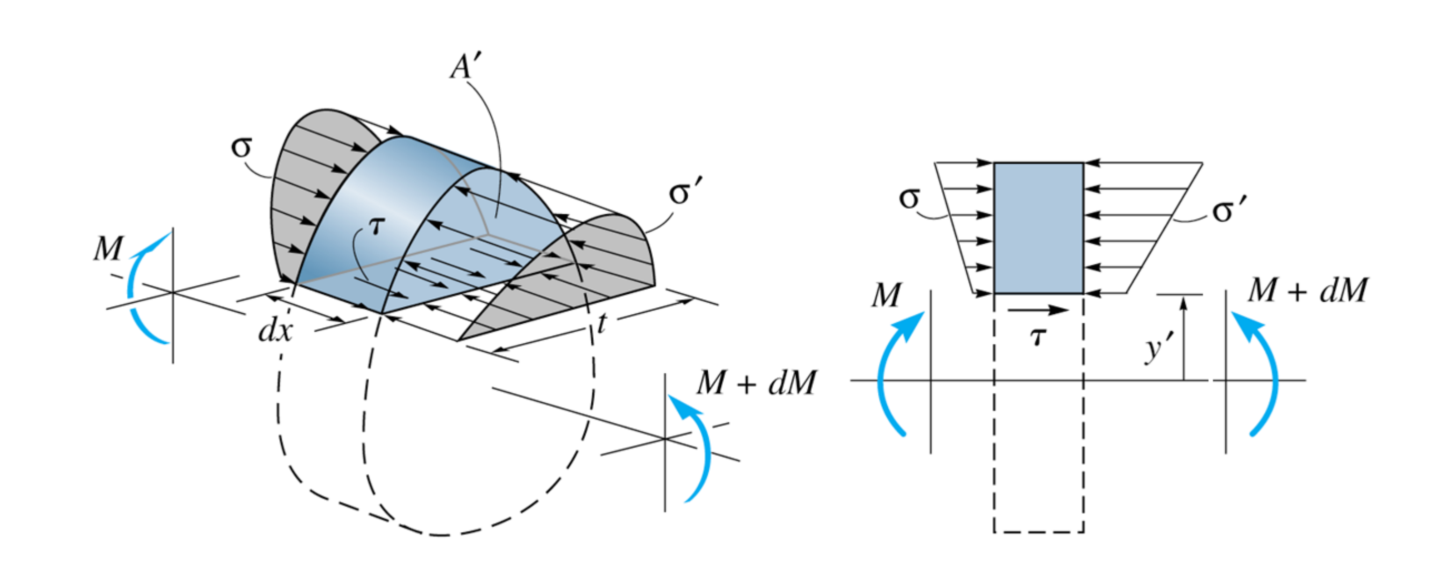
7.3 Formulación del cortante

Despejando τ

$$\tau = \frac{1}{I\,t}\left(\frac{dM}{dx}\right)\int_{A'} y dA$$

Donde

$$Q = \int_{A'} y dA = \bar{y}'A'$$



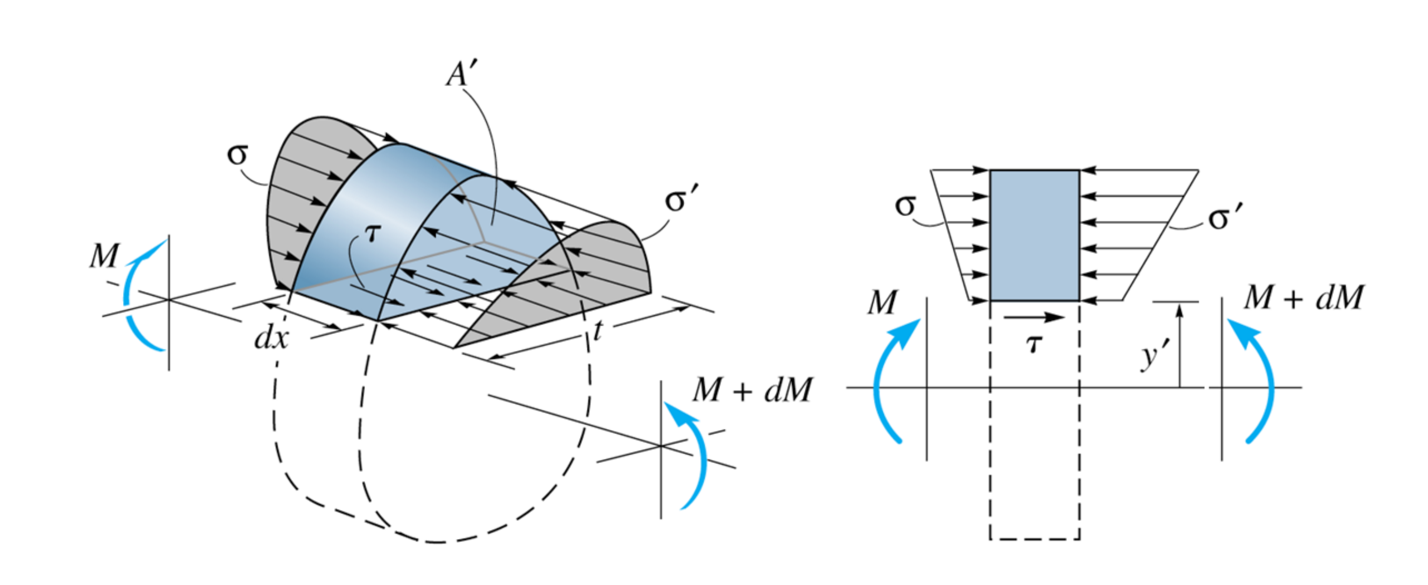
7.3 Formulación del cortante

Despejando τ

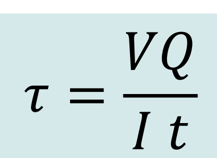
$$\tau = \frac{1}{I\,t}\left(\frac{dM}{dx}\right)Q$$

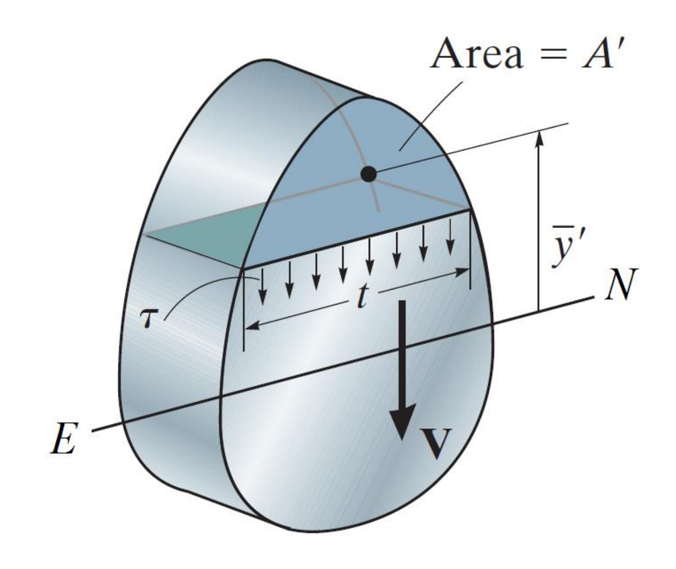
Donde

$$\frac{dM}{dx} = V$$



7.3 Formulación del cortante



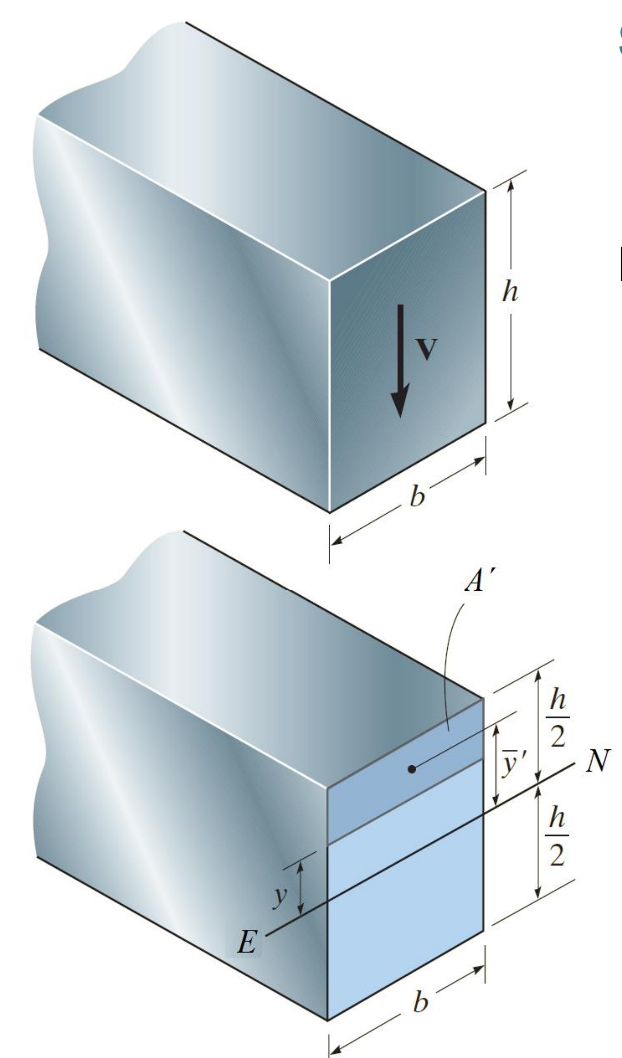


τ: Esfuerzo cortante en un punto de la sección transversal a una distancia y' del eje neutro $[Pa]$
V: Fuerza cortante interna $[N]$
t: Ancho de la sección transversal medido en el punto donde τ es evaluado $[m]$
I: Momento de inercia de toda el área de la sección respecto al eje neutro $[m^4]$
$Q = \bar{y}'A'$, donde A' es la porción del área de la sección definida por el corte, $\bar{y}'$ es la distancia al centroide de A' medida desde el eje neutro $[m^3]$.

7.4 Esfuerzo cortante en vigas

Resistencia de Materiales 1A - Prof. Herbert Yépez C.

7.4 Esfuerzo cortante en vigas



Sección transversal – Rectangular

$$\tau = \frac{VQ}{I\,t}$$

Donde:

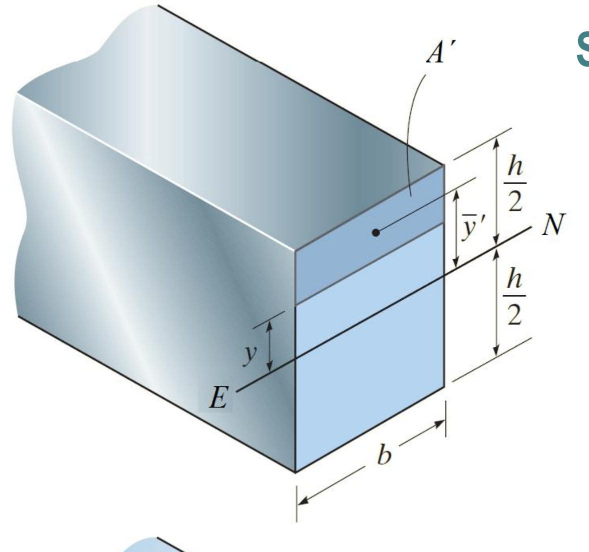
$$t = b$$

$$I = \frac{1}{12} b h^3$$

$$Q = \bar{y}'A' = \left[y + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - y\right)\right]\left[\left(\frac{h}{2} - y\right)b\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)b$$

7.4 Esfuerzo cortante en vigas



Sección transversal – Rectangular

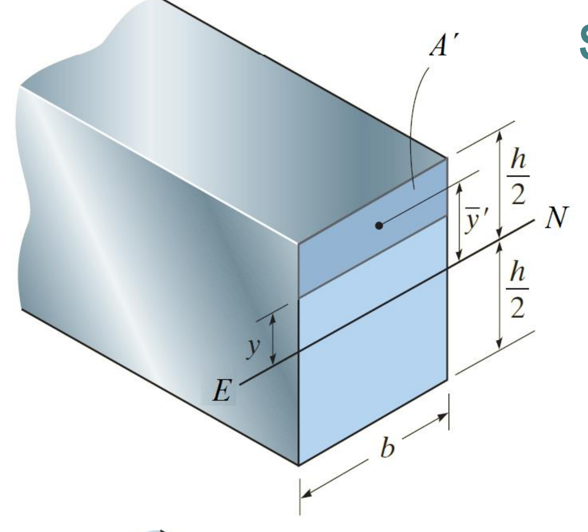
$$\tau = \frac{VQ}{I\,t}$$

$$\tau = \frac{V\frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)b}{\frac{1}{12}bh^3 b}$$

$$\tau = \frac{6\,V}{bh^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

Distribución del esfuerzo cortante sobre la sección transversal es **parabólica.**

7.4 Esfuerzo cortante en vigas



Sección transversal – Rectangular

$$\tau = \frac{VQ}{I\,t}$$

$$\tau = \frac{6\,V}{bh^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

Si

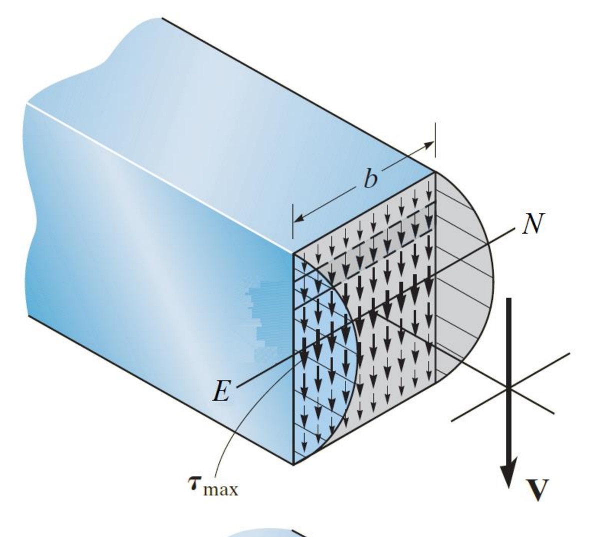
$$y = \pm\frac{h}{2} \quad \rightarrow \quad \tau = 0$$

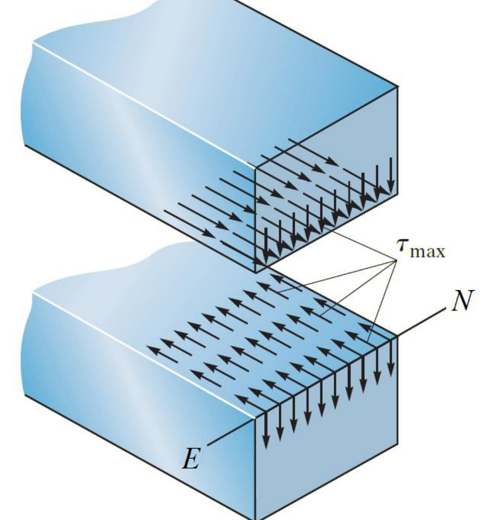
$$y = 0 \quad \rightarrow \quad \tau_{máx} = 1.5\,\frac{V}{A}$$

b
N
E
τ_{max}
V

Distribución del esfuerzo cortante sobre la sección transversal es **parabólica.**

7.4 Esfuerzo cortante en vigas

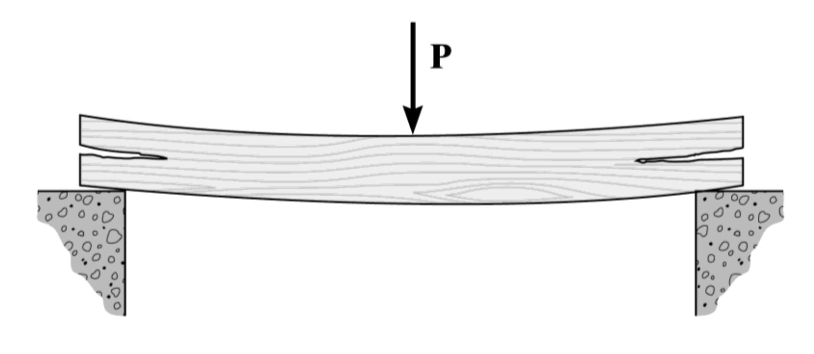




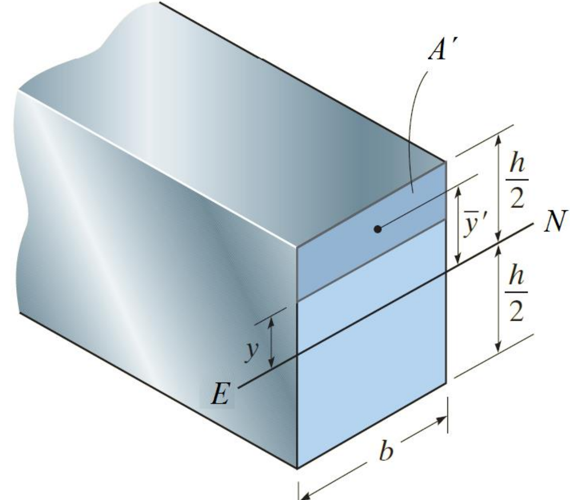
Sección transversal – Rectangular

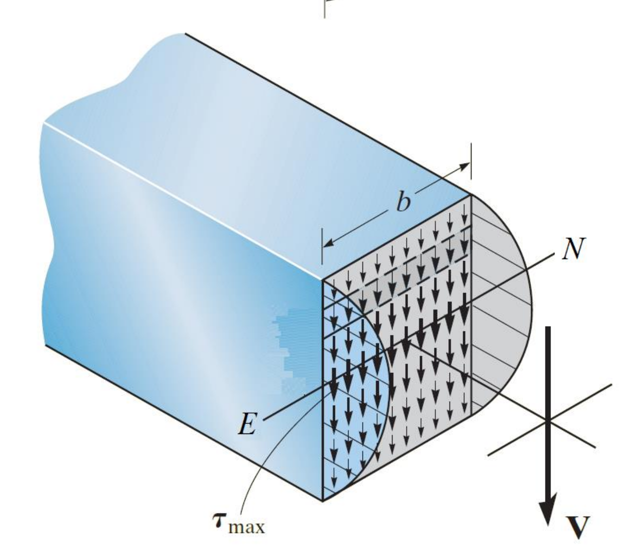
- Si la viga es seccionada por un **plano longitudinal** que pasa por el eje neutro, entonces se observaría que el esfuerzo cortante máximo está actuando sobre ese plano.

- Por ejemplo, el esfuerzo cortante máximo sobre el plano longitudinal podría provocar que una viga de madera falle.



7.4 Esfuerzo cortante en vigas





Sección transversal – Rectangular

Evaluando el área por encima del eje neutro.

$$\tau = \frac{VQ}{I\,t}$$

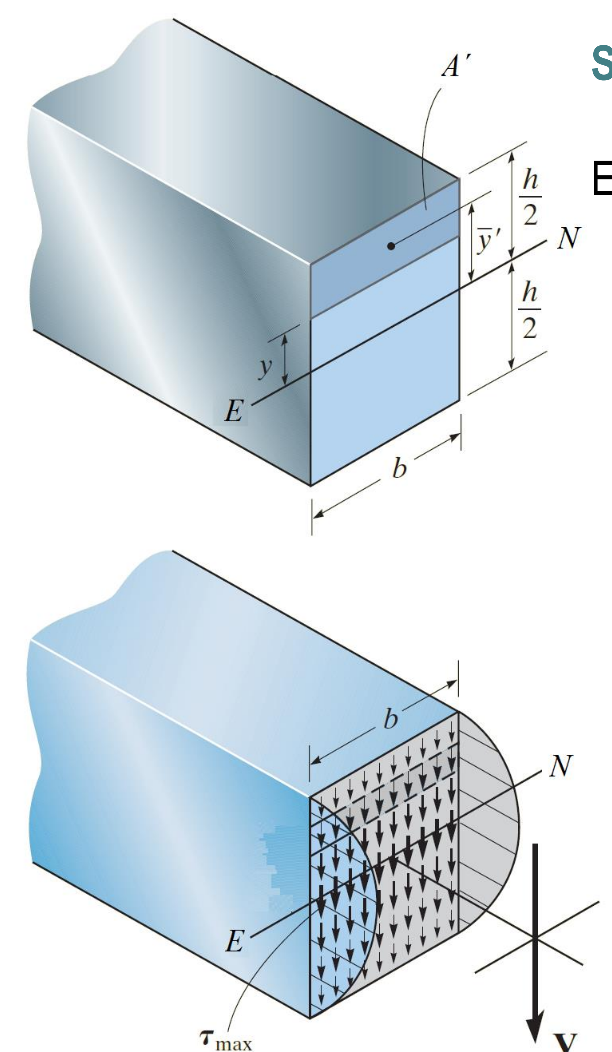
Donde

$$t = b$$

$$I = \frac{1}{12}bh^3$$

$$Q = \bar{y}'A' = \left[\frac{h}{4}\right]\left[\frac{h}{2}b\right] = \frac{h^2}{8}b$$

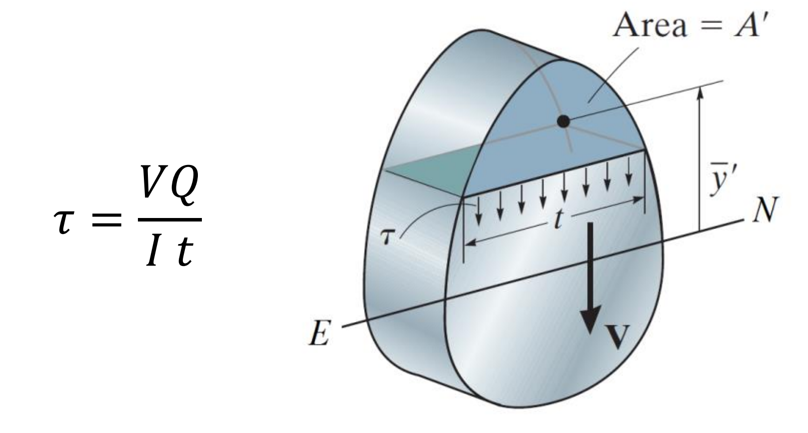
7.4 Esfuerzo cortante en vigas



Sección transversal – Rectangular

Evaluando el área por encima del eje neutro.

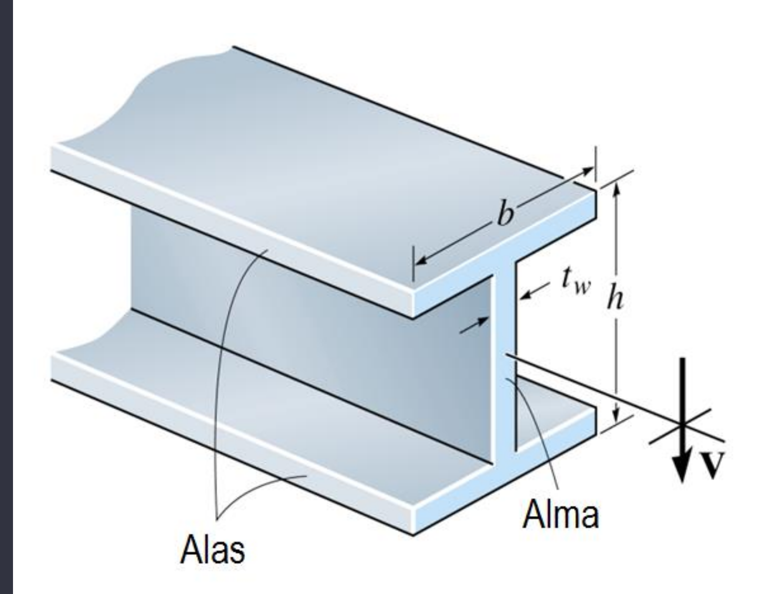
$$\tau = \frac{VQ}{I\,t}$$

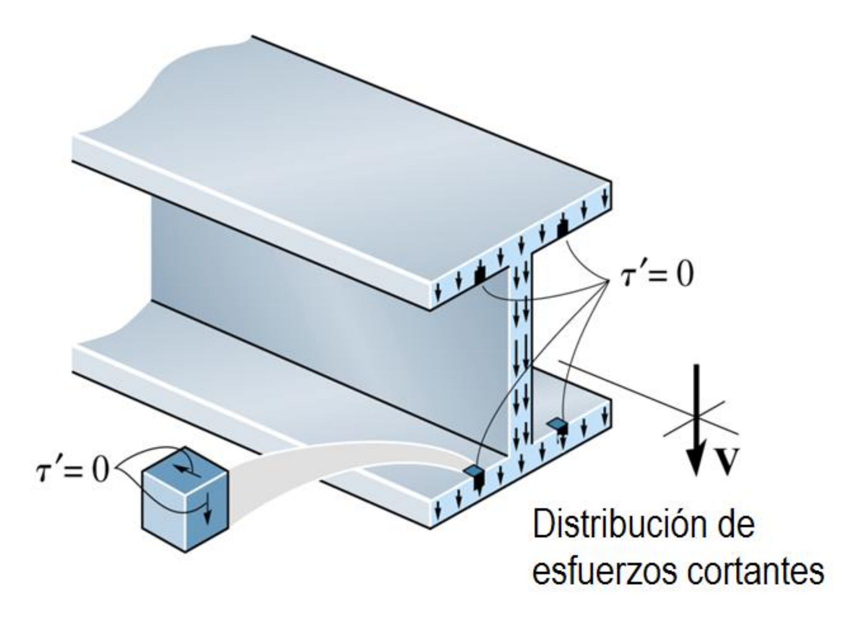


$$\tau = \frac{V\left(\frac{h^2}{8}b\right)}{\frac{1}{12}bh^3 b} = \frac{12\,V}{8\,bh} = 1.5\frac{V}{A}$$

7.4 Esfuerzo cortante en vigas

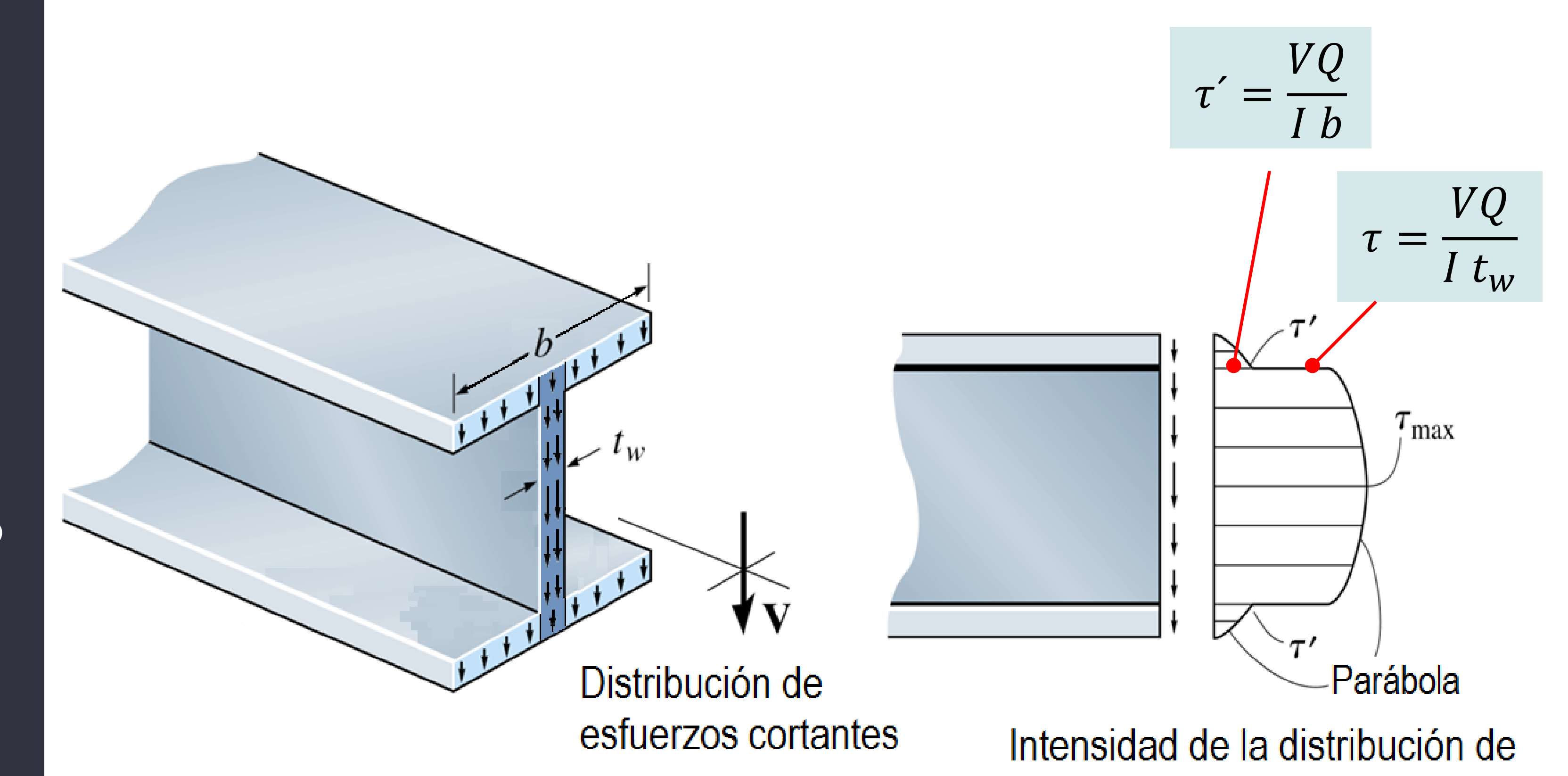
Sección transversal – Perfil I





7.4 Esfuerzo cortante en vigas

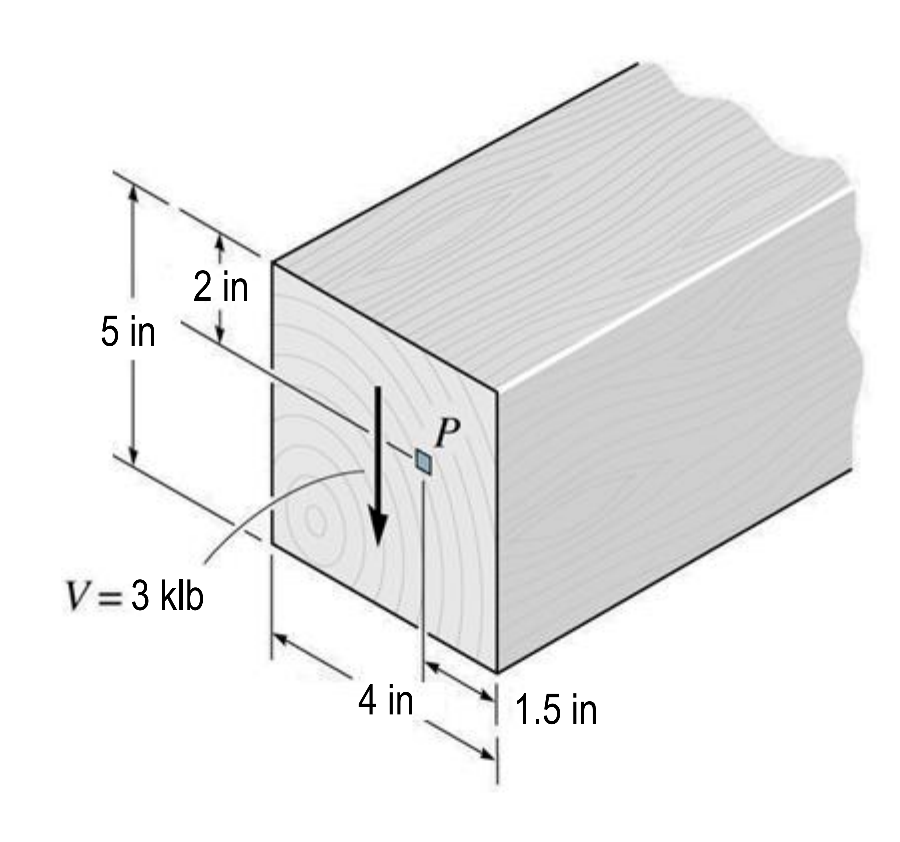
Sección transversal – Perfil I



Ejercicios propuestos

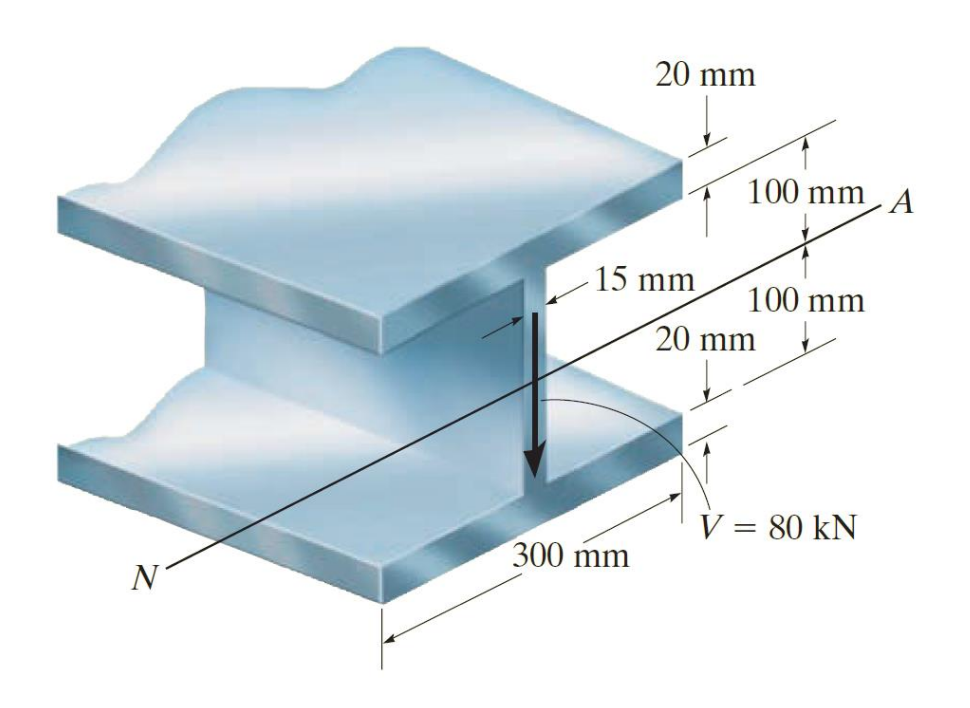
Problema 01 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

Determinar el esfuerzo cortante en P y el esfuerzo cortante máximo



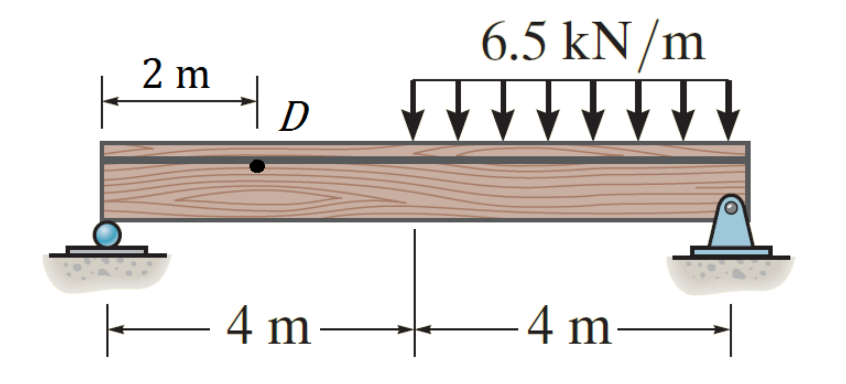
Problema 02 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

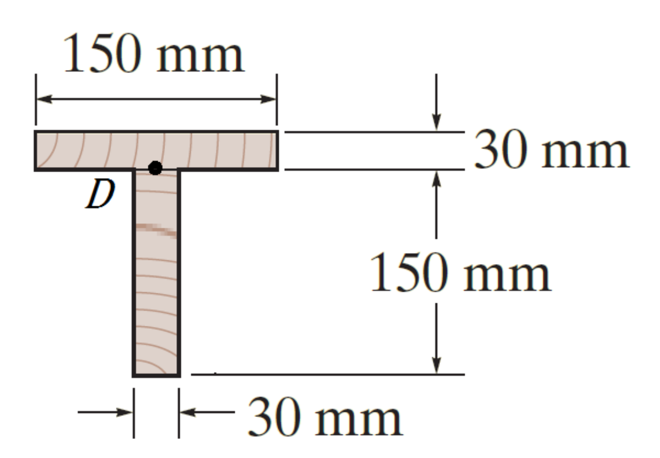
Diagramar la distribución de esfuerzos cortantes que actúa en el área de la sección.
Determinar la fuerza cortante resistida por el alma.



Problema 03 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

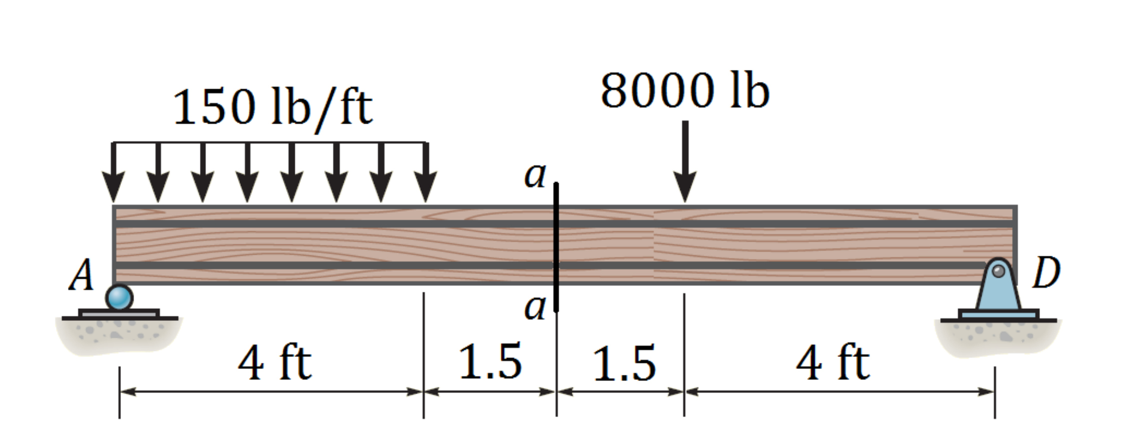
Determinar el esfuerzo cortante del pegamento entre las tablas en el punto D.

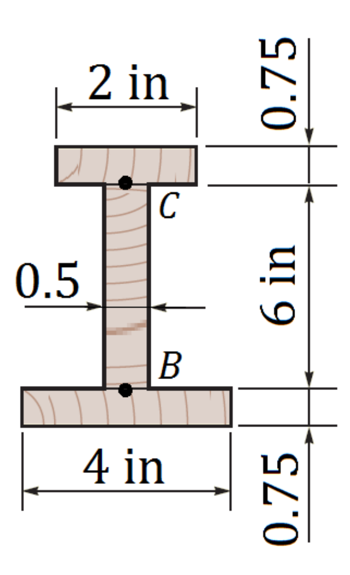




Problema 04 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

Determinar el esfuerzo cortante en la sección a-a de los puntos B y C en el alma del perfil, además graficar la distribución de esfuerzos cortantes en la misma sección a-a.



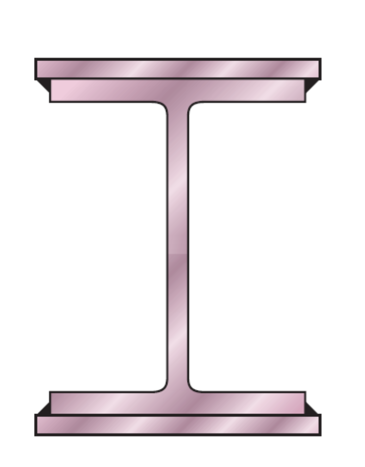
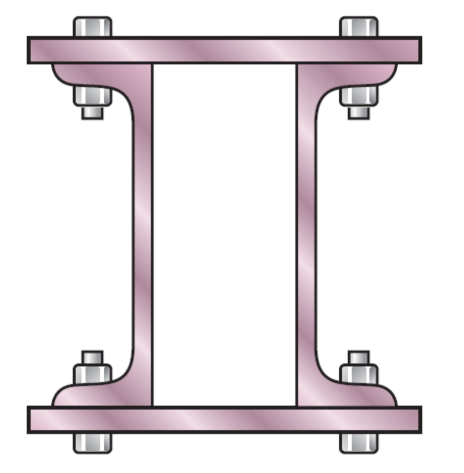
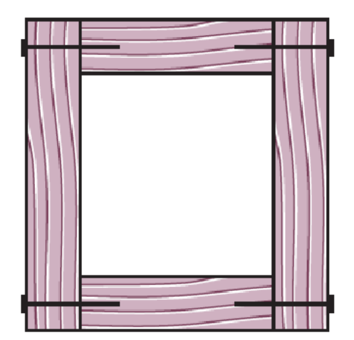


7.5 Flujo cortante en miembros armados

Resistencia de Materiales 1A - Prof. Herbert Yépez C.

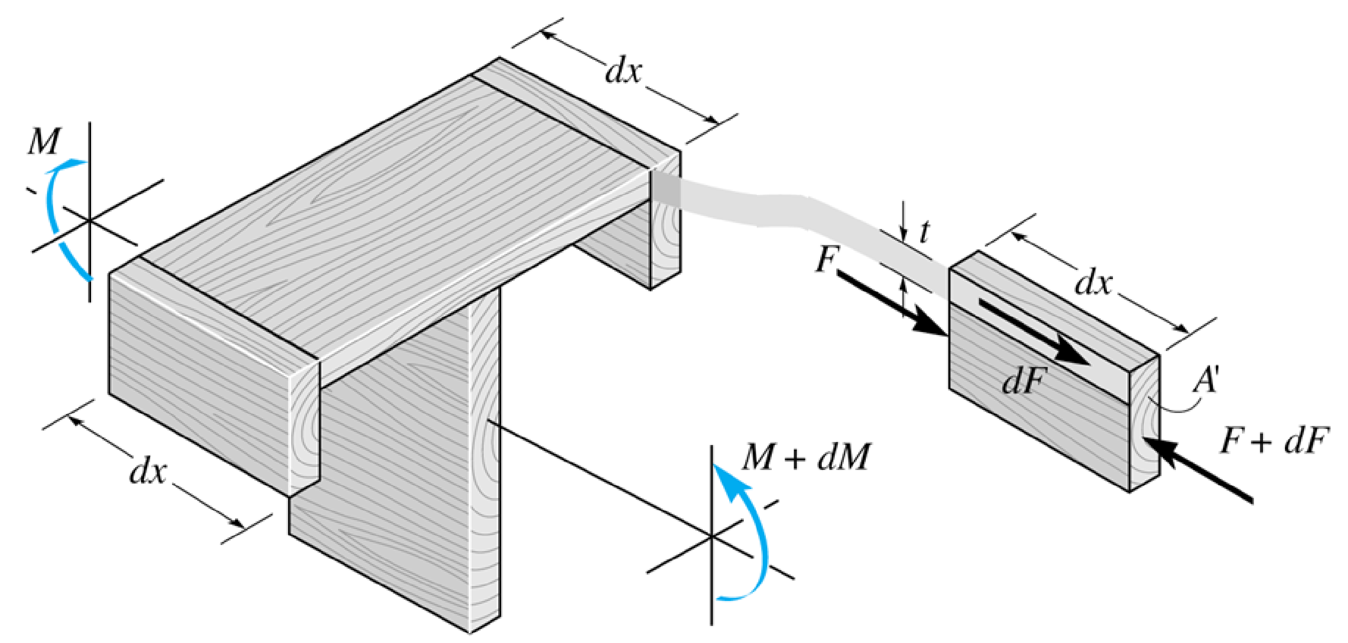
7.5 Flujo cortante en miembros armados

- En ingeniería es una práctica usual utilizar miembros armados.
- Se requiere de elementos de unión, tales como clavos, pernos, soldadura o pegamento, con la finalidad de evitar el deslizamiento de un miembro respecto a otro.
- Para diseñar o seleccionar los elementos de unión es necesario determinar la fuerza cortante sobre ellos.

7.5 Flujo cortante en miembros armados

- La fuerza cortante que deben resistir los elementos de unión esta presente a lo largo del miembro armado.
- Esta carga, cuando se mide como fuerza por unidad de longitud, se denomina **flujo de corte** y se representa por q.
- El desarrollo de la formulación del flujo de corte es similar a la del esfuerzo cortante.



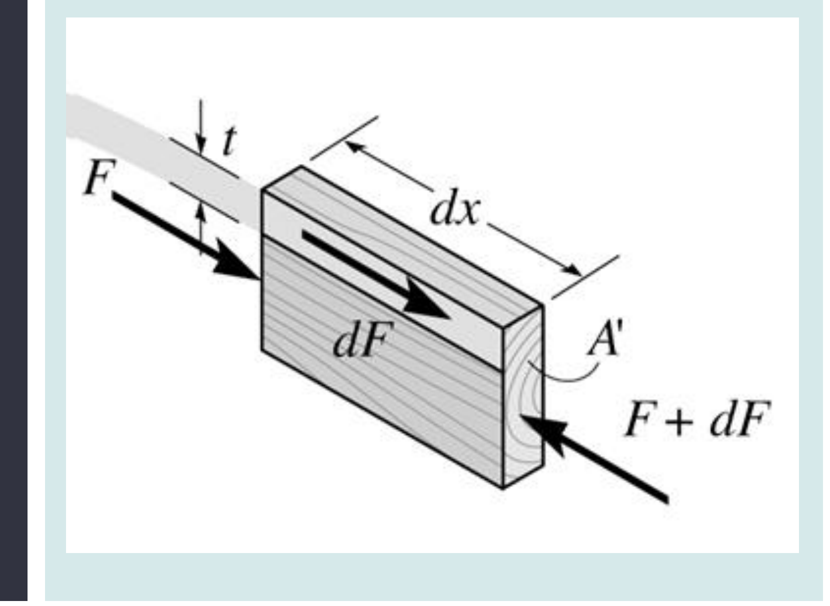
7.5 Flujo cortante en miembros armados

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\int_{A'} \sigma' dA - \int_{A'} \sigma dA - dF = 0$$

Donde

$$\sigma = \frac{M}{I} y \qquad \sigma' = \frac{(M + dM)}{I} y$$

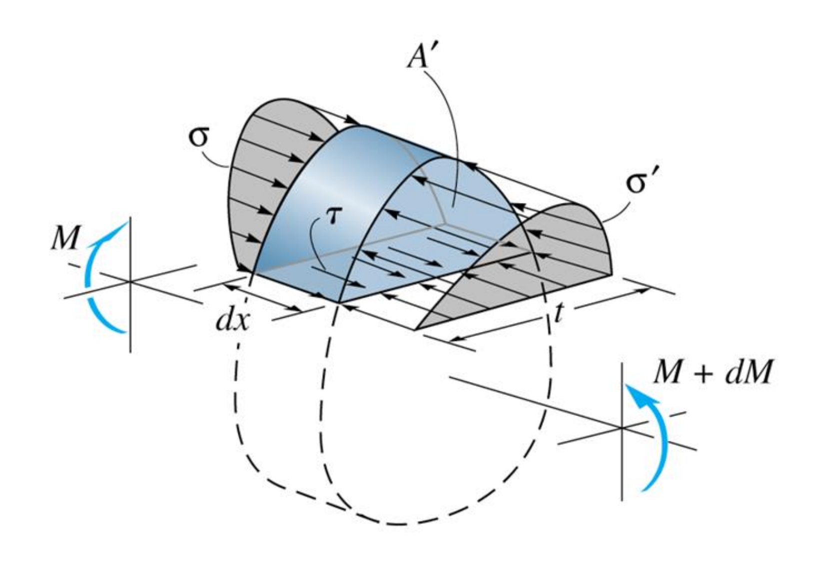


$$\Sigma F_x = 0$$

$$\int_{A'} \sigma' dA - \int_{A'} \sigma dA - \tau(t\, dx) = 0$$

Donde

$$\sigma = \frac{M}{I} y \qquad \sigma' = \frac{(M + dM)}{I} y$$

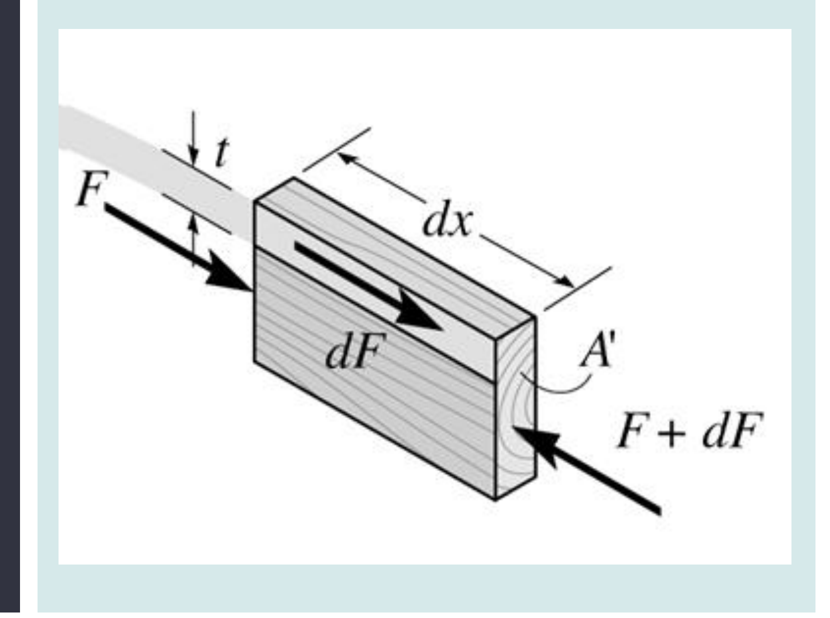


7.5 Flujo cortante en miembros armados

$$\int_{A'} \frac{(M+dM)}{I} y\, dA - \int_{A'} \frac{M}{I} y dA - dF = 0$$

Entonces

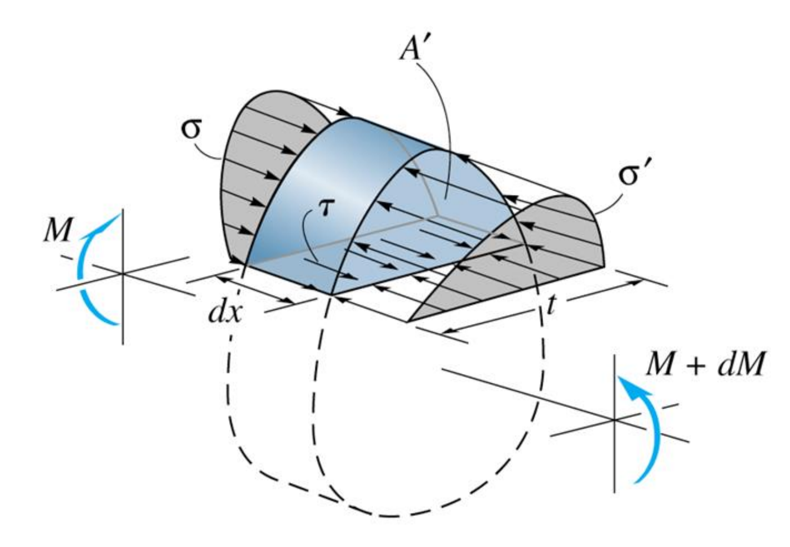
$$\frac{dM}{I} \int_{A'} y dA = dF$$



$$\int_{A'} \frac{(M+dM)}{I} y\, dA - \int_{A'} \frac{M}{I} y dA - \tau(t\, dx) = 0$$

Entonces

$$\frac{dM}{I} \int_{A'} y dA = \tau(t\, dx)$$



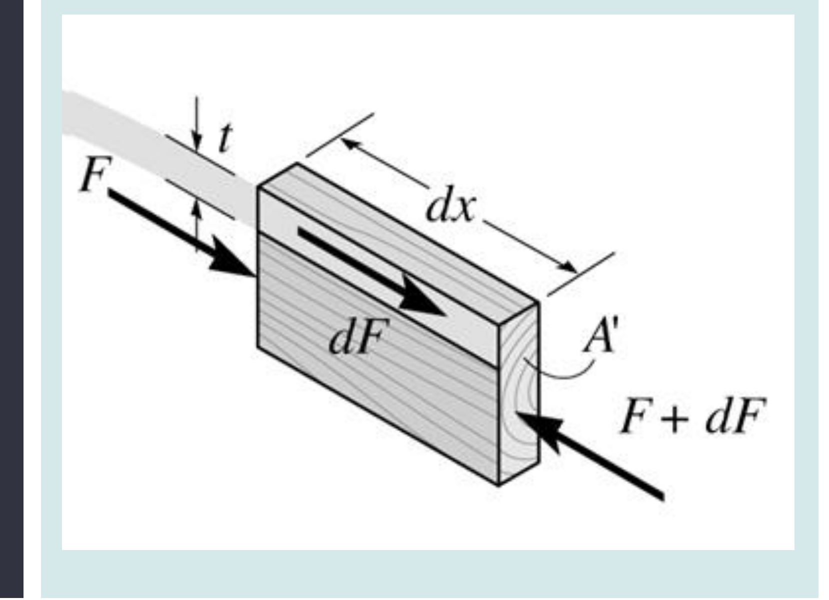
7.5 Flujo cortante en miembros armados

Despejando dF

$$dF = \frac{1}{I}\left(\frac{dM}{1}\right)\int_{A'} y dA$$

Donde

$$\bar{y}' = \frac{\int_{A'} y\, dA}{\int_{A'} dA}$$

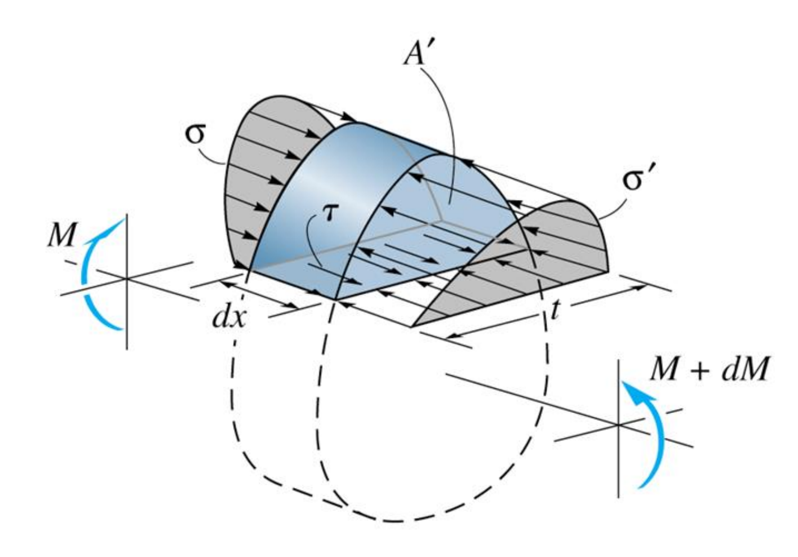


Despejando τ

$$\tau = \frac{1}{I\,t}\left(\frac{dM}{dx}\right)\int_{A'} y dA$$

Donde

$$\bar{y}' = \frac{\int_{A'} y\, dA}{\int_{A'} dA}$$



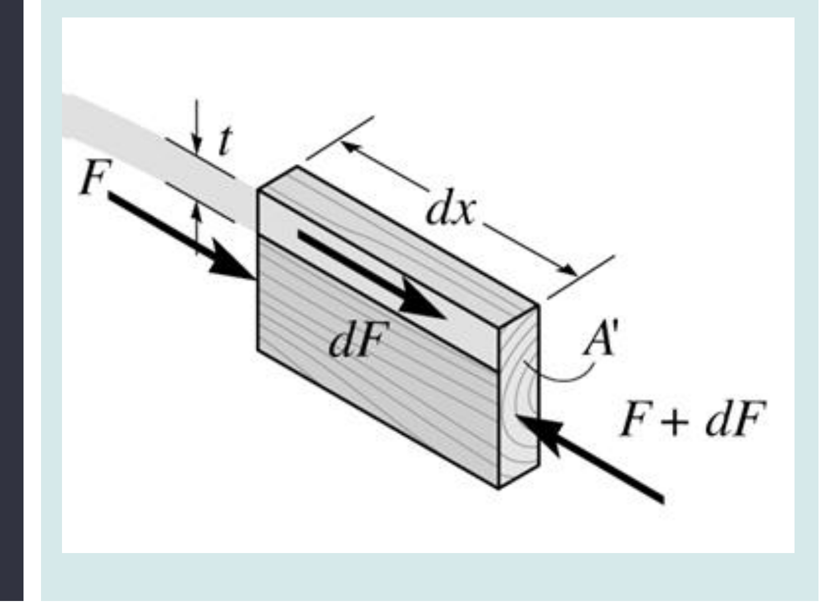
7.5 Flujo cortante en miembros armados

Despejando dF

$$dF = \frac{1}{I}\left(\frac{dM}{1}\right)\int_{A'} y dA$$

Donde

$$Q = \int_{A'} y dA = \bar{y}'A'$$

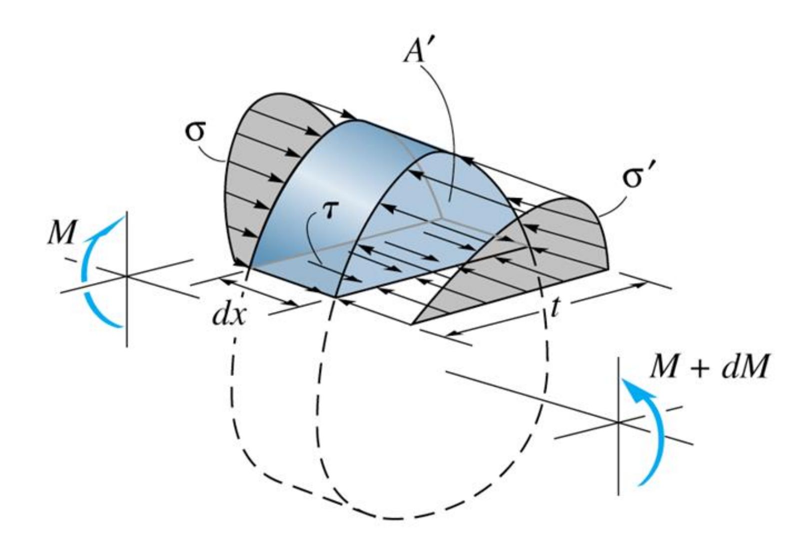


Despejando τ

$$\tau = \frac{1}{I\,t}\left(\frac{dM}{dx}\right)\int_{A'} y dA$$

Donde

$$Q = \int_{A'} y dA = \bar{y}'A'$$



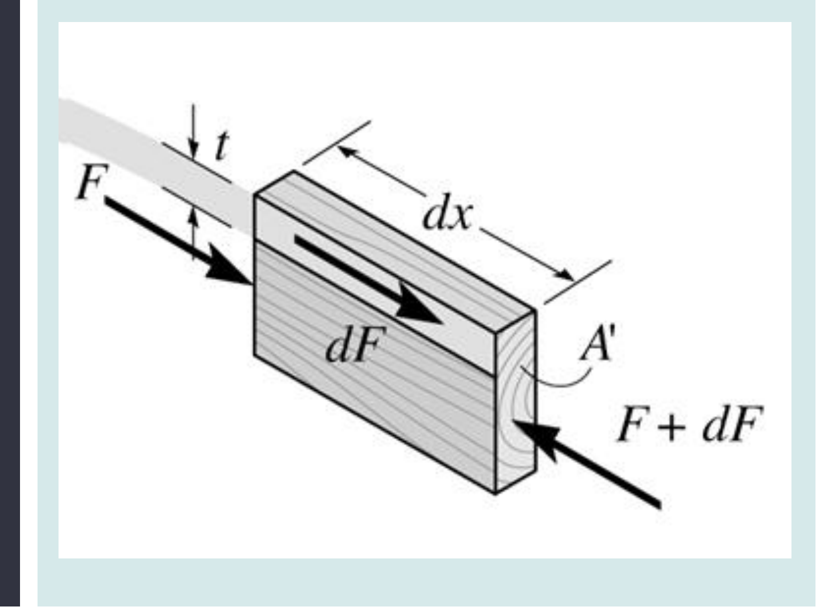
7.5 Flujo cortante en miembros armados

Despejando dF

$$dF = \frac{1}{I}\left(\frac{dM}{1}\right)Q$$

Donde

$$q = \frac{dF}{dx} \qquad \frac{dM}{dx} = V$$

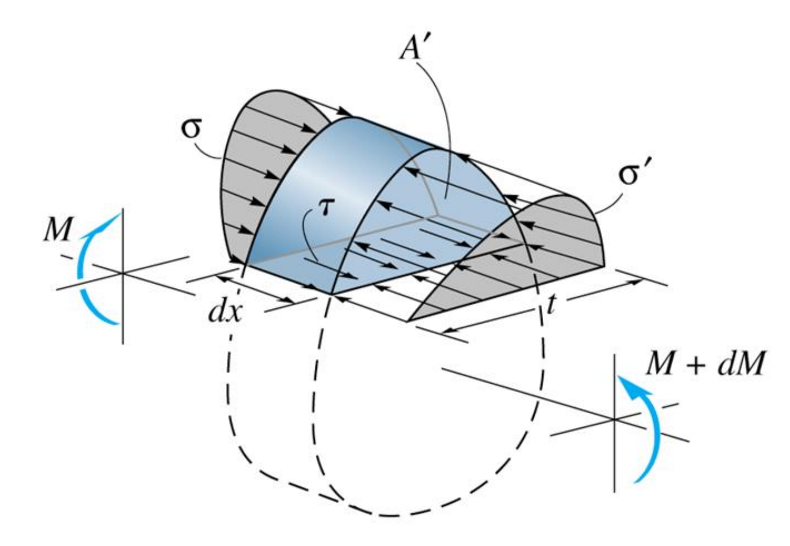


Despejando τ

$$\tau = \frac{1}{I\,t}\left(\frac{dM}{dx}\right)Q$$

Donde

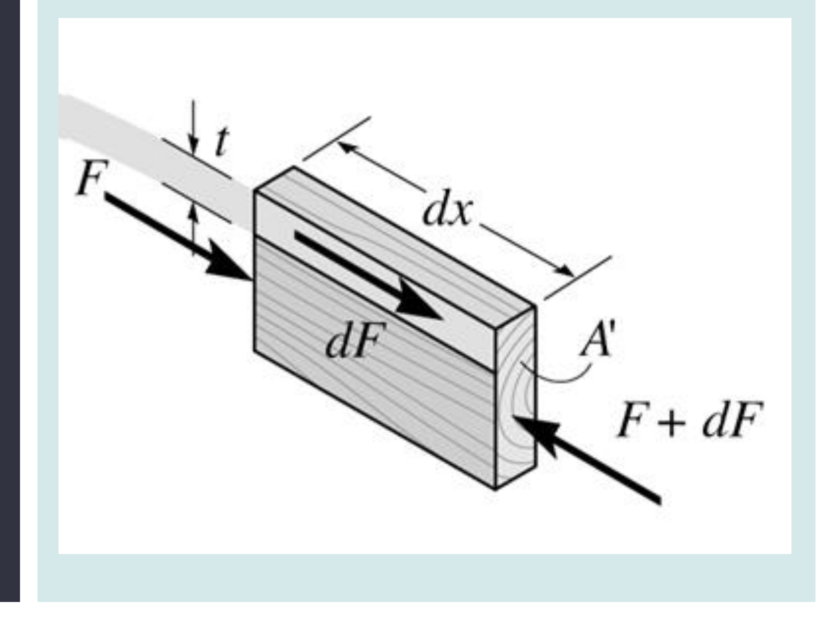
$$\frac{dM}{dx} = V$$

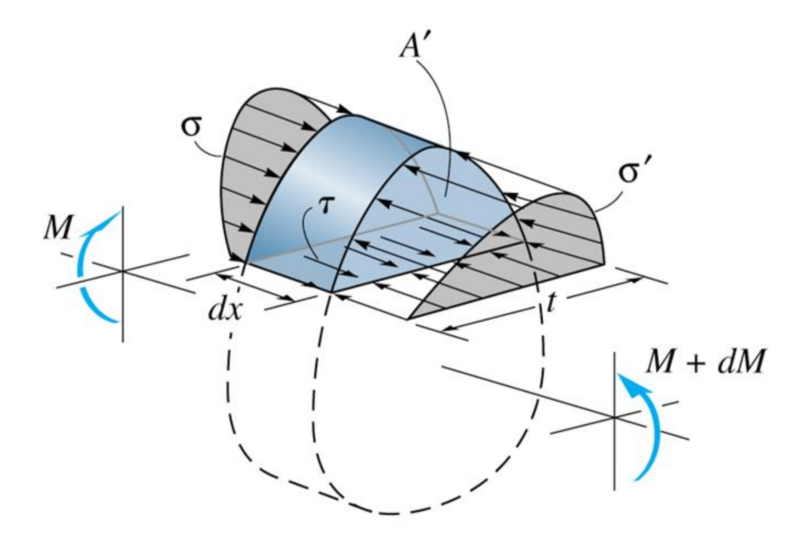


7.5 Flujo cortante en miembros armados

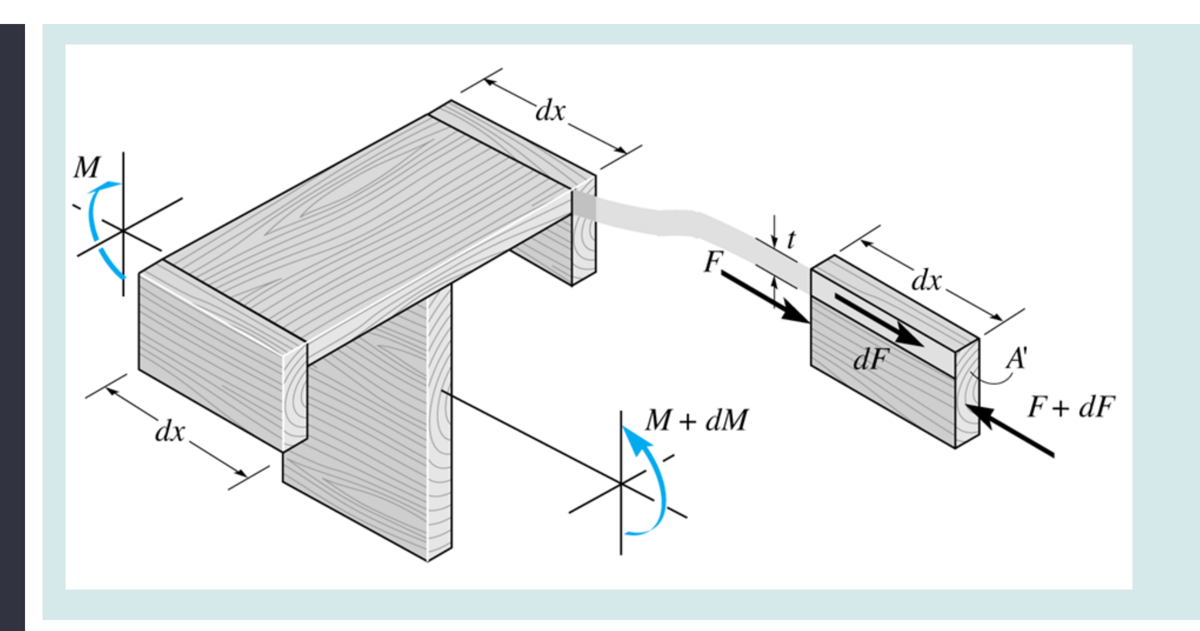
$$q = \frac{VQ}{I}$$

$$\tau = \frac{VQ}{I\,t}$$

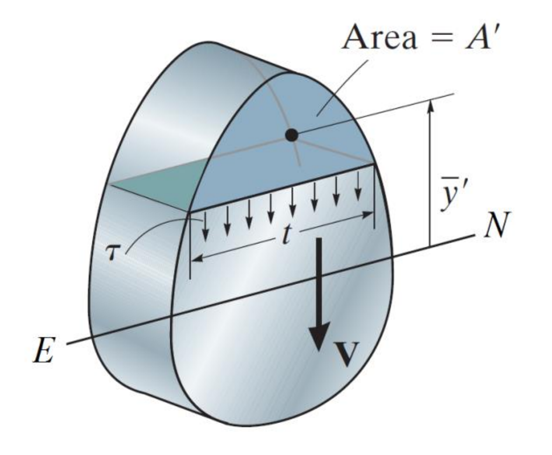




7.5 Flujo cortante en miembros armados

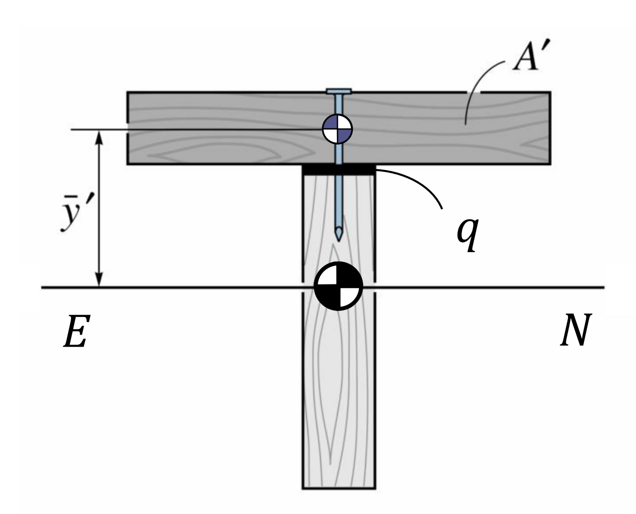


$$q = \frac{VQ}{I} \quad \left[\frac{N}{m}\right]$$

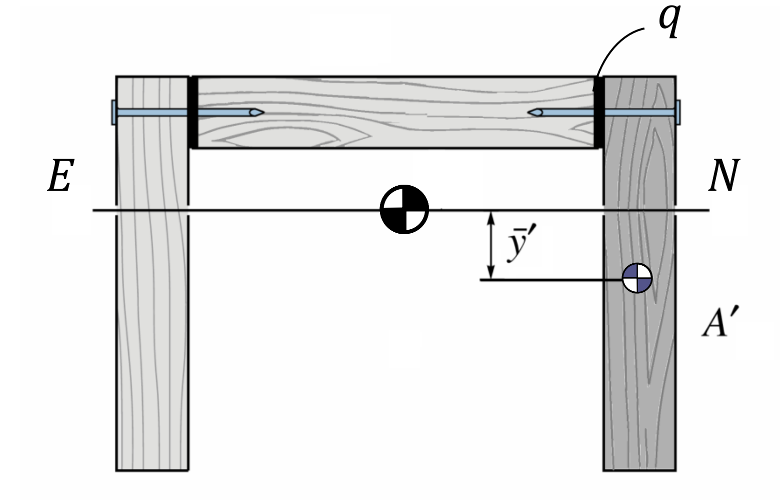


$$\tau = \frac{VQ}{I\,t} \quad \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

7.3 Formulación del cortante

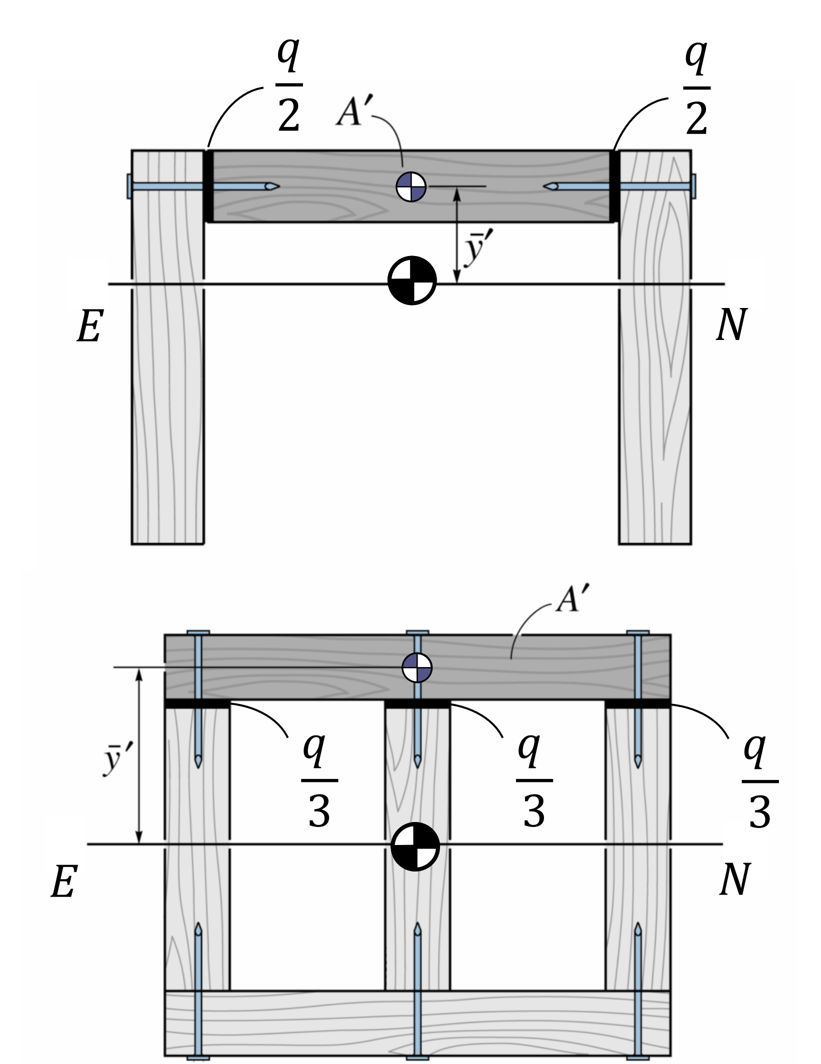


$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V}{I}(\bar{y}'A')$$



$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V}{I}(\bar{y}'A')$$

7.3 Formulación del cortante



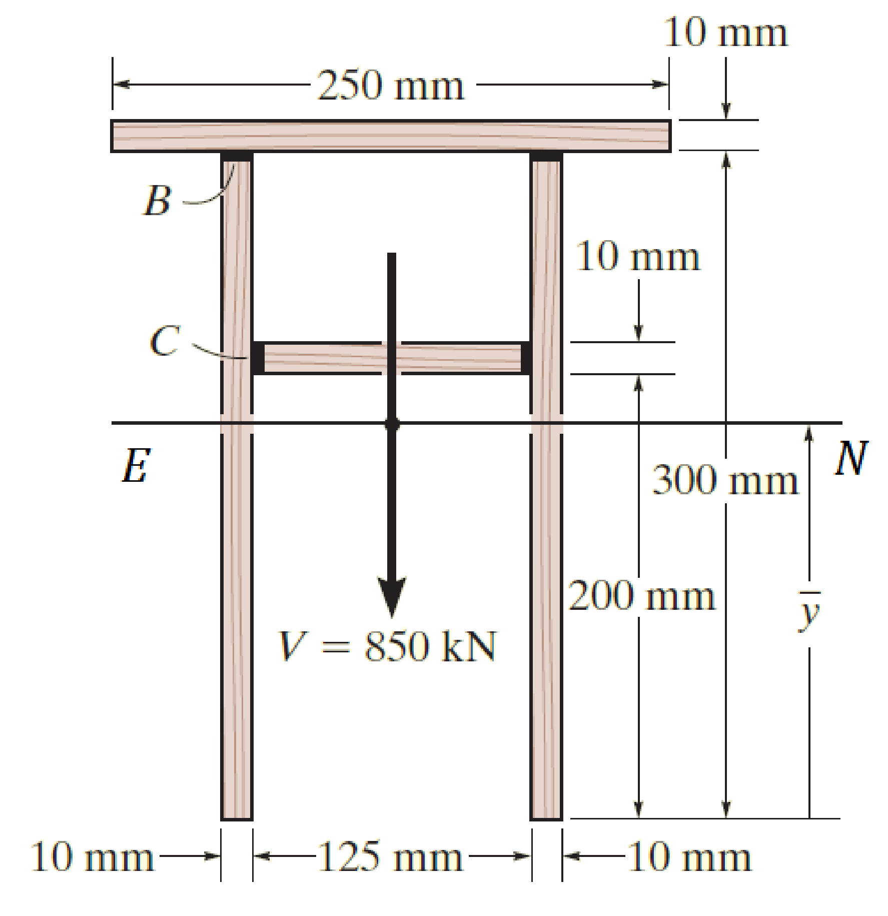
$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V}{I}(\bar{y}'A')$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V}{I}(\bar{y}'A')$$

Problema 01 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

Determinar el flujo de cortante de B y C.

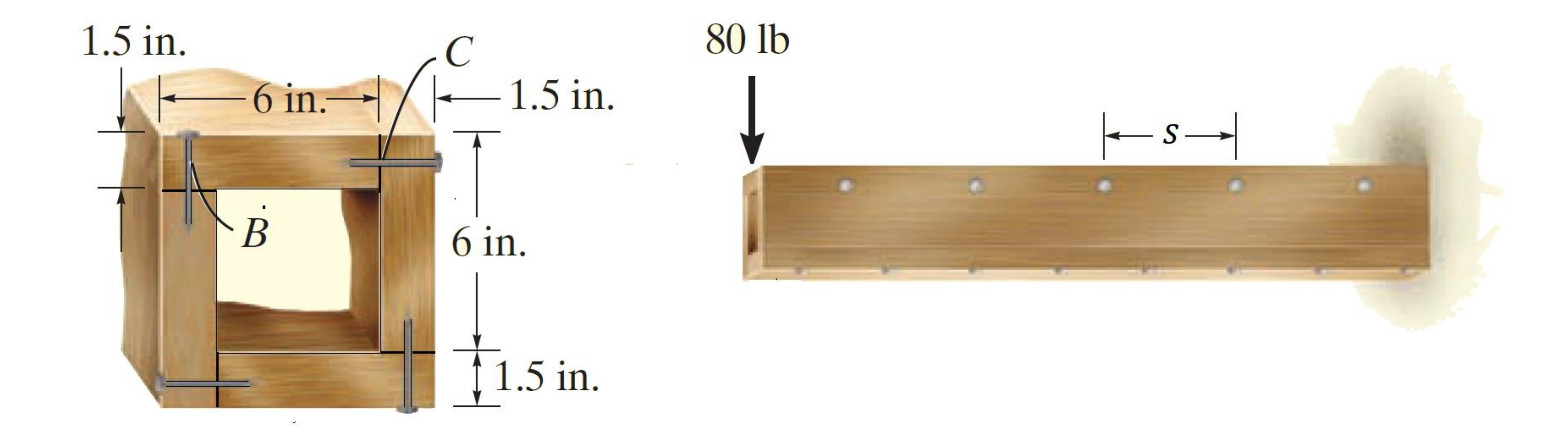
Rpta. 1.315 MN/m, 4.98E-2 MN/m



Problema 02 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

Determinar la separación entre clavos S_B y S_C, si cada uno puede resistir una fuerza cortante de 30 lb.

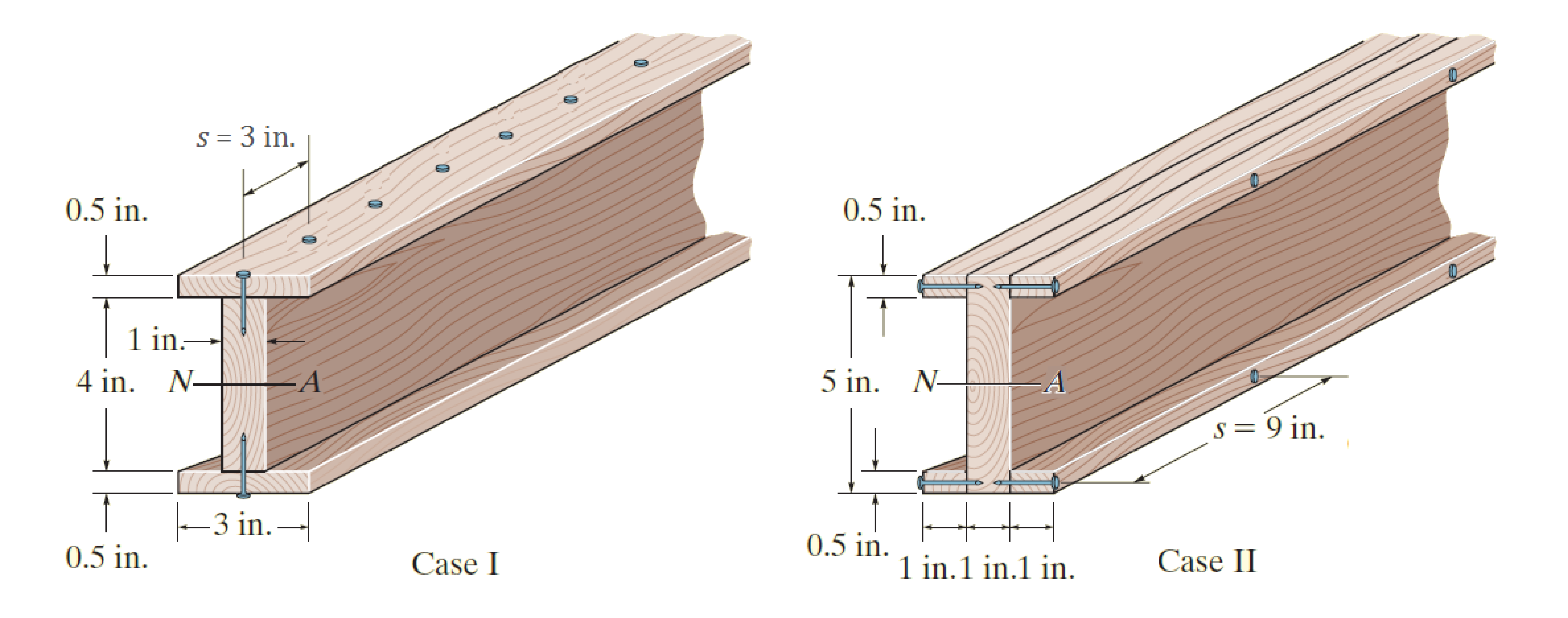
Rpta. 5.1 in, 8.5 in.



Problema 03 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

Si cada elemento de unión puede soportar una fuerza cortante de 40 lb, determinar cual es la mejor alternativa constructiva.

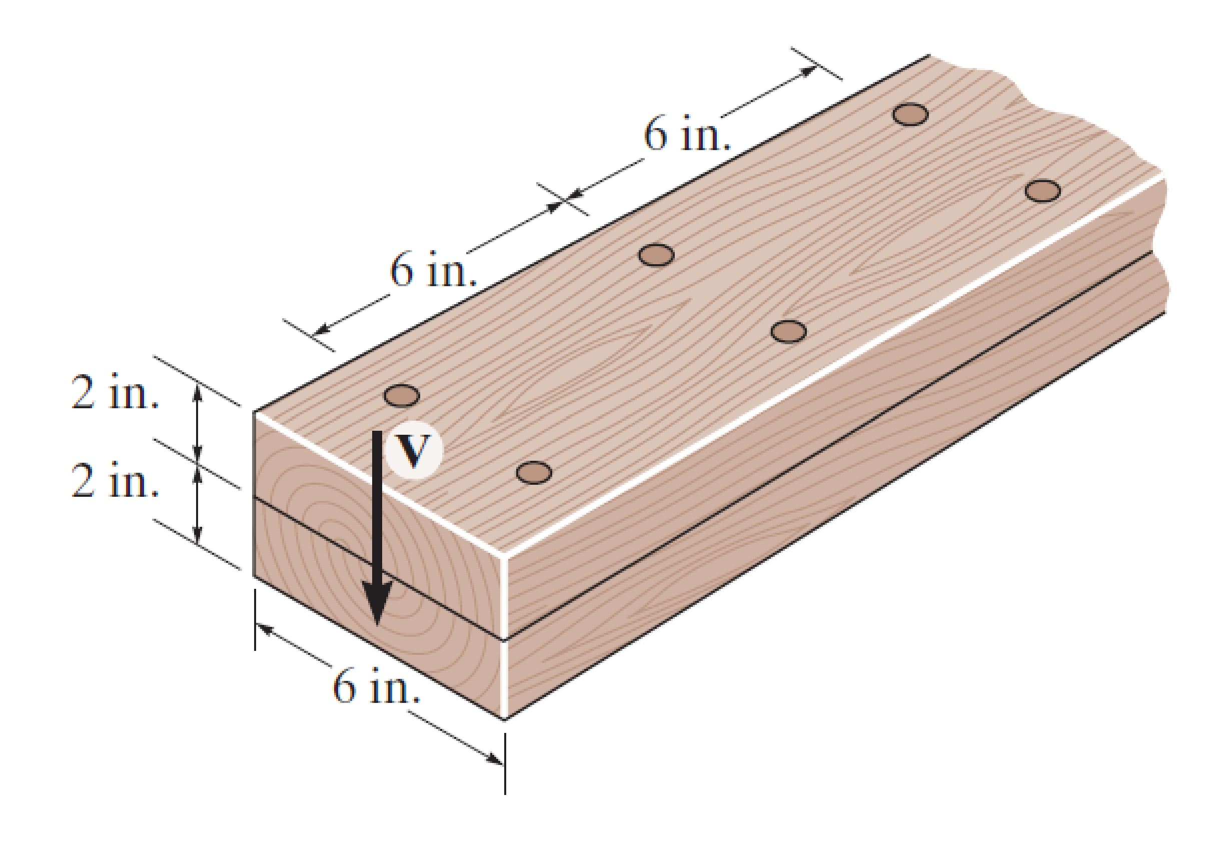
Rpta. Son iguales.



Problema 04 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

Si cada elemento de unión puede soportar una fuerza cortante de 500 lb y el esfuerzo cortante permisible para las tablas es de 300 psi, determinar la fuerza cortante máxima en la sección.

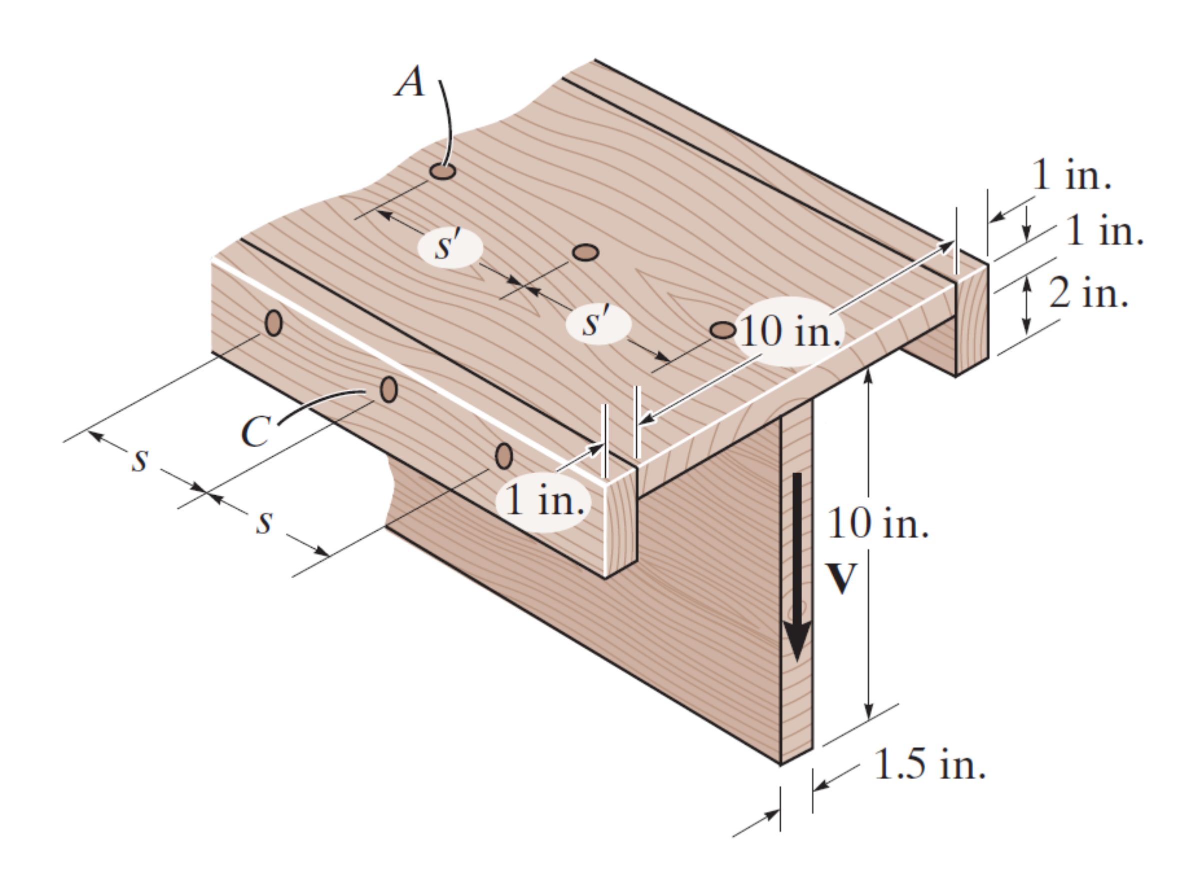
Rpta. 444.44 lb.



Problema 05 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

Si cada elemento de unión puede soportar una fuerza cortante de 100 lb y la fuerza cortante en la sección es 700 lb, determinar la separación entre cada elemento.

Rpta. 1.21 in, 8.66 in.



Problema 06 *Ref. Hibbeler R. Mecánica de Materiales*

Si cada elemento de unión puede soportar una fuerza cortante de 15 klb y la fuerza cortante de la sección es 50 klb, determinar la distancia *S*.

Rpta. 5.52 in.

